



جلسه سوم - چهارم: ادامه بحث مدارهای مغناطیسی

در این جلسه به ادامه بحث مدارهای مغناطیسی می پردازیم. عنوانین این بحث‌ها به شرح زیر می باشد.

۱- دو روش متداول برای حل مدارهای مغناطیسی.

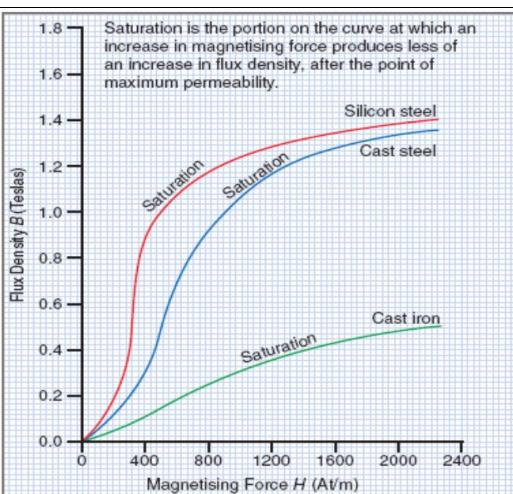
۲- بررسی مشخصات مواد فرومغناطیسی مورد استفاده در ساخت هسته ماشینهای الکتریکی.

۳- مکانیزم ایجاد تلفات - تقسیم بندی و محاسبه تلفات انرژی در مواد فرومغناطیسی.

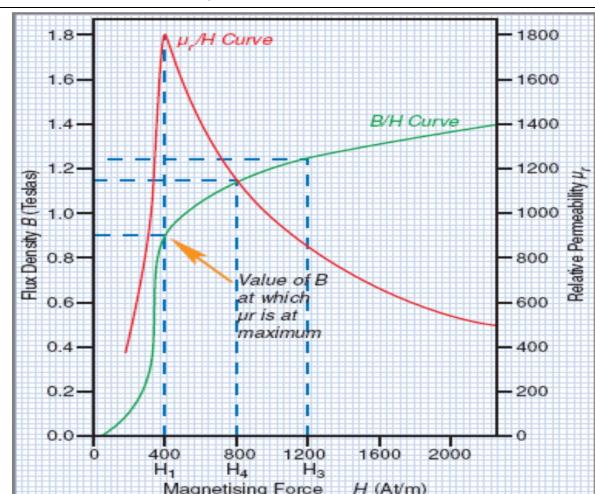
۴- تعریف شار پیوندی - اندوکتانس یک سیم پیچ - اندوکتانس متقابل بین چند سیم پیچ و محاسبات مربوطه.

۱- بررسی دو روش برای حل مدارهای مغناطیسی

در جلسه اول دیدیم که یک مشکل اساسی در تحلیل مدارهای مغناطیسی غیر خطی بودن رابطه بین B و H می باشد که باعث می گردد کمی محاسبات را پیچیده تر می کند. این دو شکل را قبلاً دیدیم.



منحنی تغییرات B در مقابل H برای انواع ورقه های آهنی که در ساخت هسته ماشینهای الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرد



منحنی تغییرات μ_r در مقابل H برای یک نمونه از ورقه های آهنی که در ساخت هسته ماشینهای الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرد

در تمرینات مربوط به محاسبات کمیات مغناطیسی بایستی منحنی مشخصه مغناطیسی ماده مورد استفاده در هسته مدار مغناطیسی (منحنی $B=f(H)$ OR $\mu = f(H)$) به عنوان یک معلوم که یا به فرم منحنی و یا به صورت جدول داده شود.

$B(T)$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
$H(At/m)$	50	80	110	160	220	300	380	490	600	760	980	1300	1700	2400	3300	4700	7500	11500
μ_r	1592	1990	2170	1990	1809	1592	1466	1299	1195	1047	893	735	608	465	362	270	180	125

جدول ۲-۱: مقادیر H و B در یک ماده مغناطیسی

نکته دیگری که اینجا بایستی ذکر شود اینست که وقتی مدار معادل الکتریکی یک مدار مغناطیسی را رسم میکنیم به دو صورت می توانیم رابطه ولتاژی کوشوف را حلقه های مدار مغناطیسی بنویسیم.

$$F_{mmf} = NI = H \times 2\pi r = HL_{av.} = (B/\mu_0\mu)L_{av.} = (L_{av}/\mu_0\mu A)\Phi = \Phi \times R_m$$

$\sum N_i I_i = \sum H_i L_i$	۲- جمع نیروهای محرکه هر حلقه	$\sum N_i I_i = \sum R_i \Phi_i$	۱- جمع نیروهای محرکه هر حلقه
-------------------------------	------------------------------	----------------------------------	------------------------------

درس: ماشین الکتریکی ۱



مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی

اف پتانسیل های مغناطیسی روی هر مقاومت مغناطیسی $\Sigma H_i L_i$	اف پتانسیل های مغناطیسی روی هر مقاومت مغناطیسی $\Sigma R_i \Phi_{ii}$
<p>یک مدار الکتریکی ساده</p> <p>(الف) مدار مغناطیسی نمونه</p>	<p>(ب) مدار معادل الکتریکی</p>

به عنوان مثال در مدار مغناطیسی فوق می توانیم به دو روش معادلات KVL را در دو حلقه به شرح زیر بنویسیم:

$$F_1 = N_1 I_1 = 5000 = H_1 L_1 + H_3 L_3 + H_4 L_4 \quad F_1 = N_1 I_1 = 5000 = R_1 \Phi_1 + (R_3 + R_4) \Phi_3$$

روش دوم

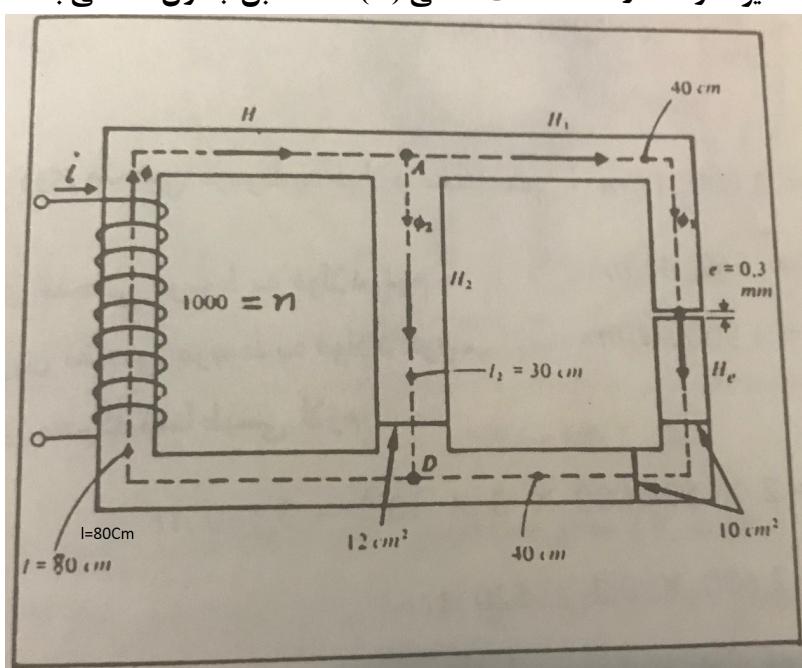
$$F_2 = N_2 I_2 = 5000 = H_2 L_2 + H_3 L_3 + H_4 L_4 \quad F_2 = N_2 I_2 = 5000 = R_2 \Phi_2 + (R_3 + R_4) \Phi_3$$

روش اول

تمرین: ثابت کنید این دو رابطه یکسان هستند.

اینکه برای حل یک تمرین مغناطیسی از کدام روش باستی استفاده کنیم به شرایط مسیله بستگی دارد. مثلا در مدار مغناطیسی فوق اگر تمام هسته مغناطیسی از یک ماده مغناطیسی یکسان با μ_r ثابت تشکیل شده باشد از روش اول به راحتی قابل حل است. چون یک دستگاه دو معادله و دو مجهول است در حالیکه روش دوم از دو معادله و سه مجهول تشکیل شده است.

برای یافتن راه حل مناسب باستی تمرینات مختلفی حل گردد تا مسلط به آنالیز مدارهای مغناطیسی گردیم.
تمرین ۱: در مدار نشان داده شده در شکل زیر دو حلقه با ضریب قابلیت نفوذ متغیر مفروض است . جنس هسته از مواد فرومغناطیسی نرم بوده و مقادیر B و H در نقاط مختلف منحنی $B=f(H)$ مطابق جدول ۱-۲ می باشد.



درس: ماشین الکتریکی ۱



مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی

اگر بخواهیم چگالی شار مغناطیسی در فاصله هوایی ($e = 0.3 \text{ mm}$) برابر 0.3 تسل باشد ($B = 0.3 \text{ T}$) مقدار جریانی که بایستی از سیم پیچ 1000 دوری عبور نماید را محاسبه نماییم. (ابعاد قسمتهای مختلف هسته در شکل نشان داده شده است).

حل:

در اینجا محاسبه مقاومتهای مغناطیسی در قسمتهای مختلف به علت متغیر بودن ضریب نفوذ مغناطیسی امکان پذیر نیست. لذا برای محاسبه جریان الکتریکی مورد نیاز بایستی نیروی محرکه مغناطیسی تولید شده توسط سیم پیچ 1000 دوری را محاسبه نماییم. این عمل از روش محاسبه H در قسمتهای مختلف به روش هوشمندانه قابل محاسبه است. کمیات H و H_1 و H_2 و H_e در شاخه های مختلف مدار مغناطیسی نشان داده شده است. (دانشجویان می توانند مدار معادل الکتریکی را نیز رسم نمایند).

در حلقه سمت چپ رابطه KVL را می نویسیم:

$$ni = HL + U$$

$$U = H_2 L_2 = H_1 L_1 + H_e g$$

روشن است که U پتانسیل مغناطیسی بین دو نقطه A و D می باشد.

طبق کمیت معلوم مسیله $B_g = 0.3 \text{ Tesla}$ پس شار عبوری از از فاصله هوایی:

$$\Phi_g = B_g A_g = 0.3 \times 10 \times 10^{-4} = 0.3 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

به جهت اینکه در شاخه سمت راست $\Phi_e = B_e = 0.3 \text{ T}$ و $\Phi_g = B_g = 0.3 \text{ T}$ از روی جدول خواهیم داشت :

$$H_g = (B_1/\mu_0) = 239000 \text{ A/m} \quad H_1 = 110 \text{ A/m}$$

$$U = H_1 L_1 + H_g g = (110 \times 80 \times 10^{-2}) + (239000 \times 0.3 \times 10^{-3}) = 88 + 72 = 160 \text{ At}$$

برای پیدا کردن مقدار H بایستی شار مغناطیسی شاخه سمت راست را بدست آوریم:

$$U = H_2 L_2 \rightarrow H_2 = (160/0.3) = 534 \text{ A/m}$$

از روی جدول ۵۳۴ بین ۶۰۰ و ۴۹۰ است که این دو عدد نظیر چگالی شارهای 0.8 و 0.9 تسل می باشد. در نتیجه T را انتخاب می کنیم لذا:

$$\Phi_2 = B_2 A_2 = 0.84 \times 12 \times 10^{-4} = 1.01 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

از مدار مشخص است که:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = 1.31 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$B = (\Phi/A) = (1.31 \times 10^{-3}) / (10 \times 10^{-4}) = 1.31 \text{ T}$$

و از روی جدول داریم:

$$H = 1770 \text{ A/m}$$

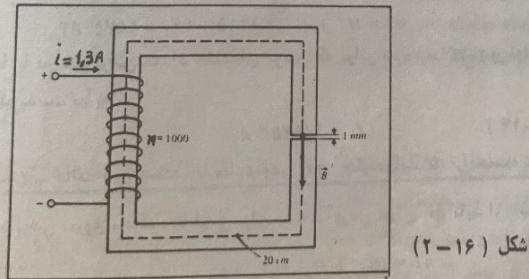
$$Ni = HL + U = 1770 \times 80 \times 10^{-2} + 160 = 1575 \text{ At}$$

$$I = 1.575 \text{ A}$$

مثال ۲-۴: مدار مغناطیسی شکل (۲-۱۶) با مشخصات مندرج در روی آن مفروض است

جنس مدار مغناطیسی از چدن بوده و تغییرات ضریب قابلیت نسبی آن مطابق جدول زیر یا منحنی نشان داده شده در شکل (۲-۷) میباشد میخواهیم اندازه اندوکسیون B را در فاصله هوایی بدست آوریم.

$B(T)$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
μ_r	480	350	300	250	200	150	120	110	90	50



حل - سلحنج مطلق در تمام سیم پیمان و برابر $\frac{1}{\mu_0 \mu_r S}$ میباشد:

$$ni = \left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r S} + \frac{e}{\mu_0 S} \right) \phi$$

و با داشتن:

$$ni = \left(\frac{1}{\mu_0 \mu_r} + \frac{e}{\mu_0} \right) B$$

با در نظر گرفتن مقداری داده شده در مسئله رابطه فوق بفرم زیر میشود:

$$1.63 = \left(\frac{200}{\mu_r} + 1 \right) B$$

این با استفاده از رابطه تقریبات متولی اندازه اندوکسیون را برابر T داریم:

$$0/6 \left(\frac{200}{150} + 1 \right) = 1/4$$

عدد $1/4$ در مقایسه با طرف اول معادله که برابر $1/63$ است مقداری کوچک میباشد لذا

محاسبه را با انتخاب $T = 0/7$ نگاری مکنم:

$$0/7 \left(\frac{200}{150} + 1 \right) = 1/87$$

ملاحظه می کنیم که عدد $1/87$ بزرگتر از $1/63$ است درنتیجه برابر رسیدن به مقداری

نزدیک به واقعیت متوسط دو نقدار انتخاب شده را برای اندوکسیون در نظر میگیریم:

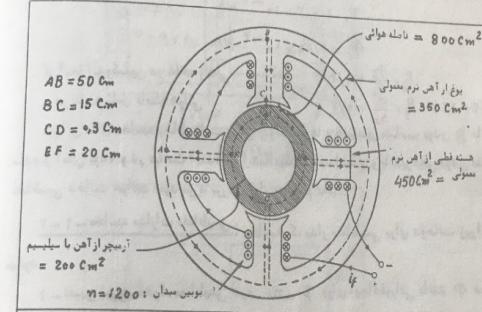
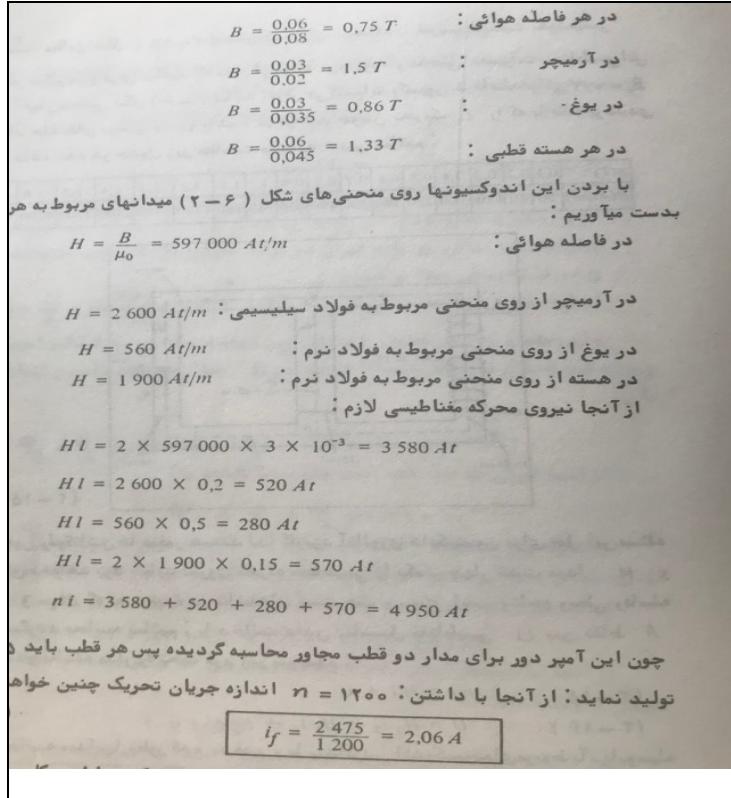
$$\frac{0/6 + 0/7}{2} = 0/65$$

$$B = 0/65 \text{ T}$$

درس: ماشین الکتریکی ۱



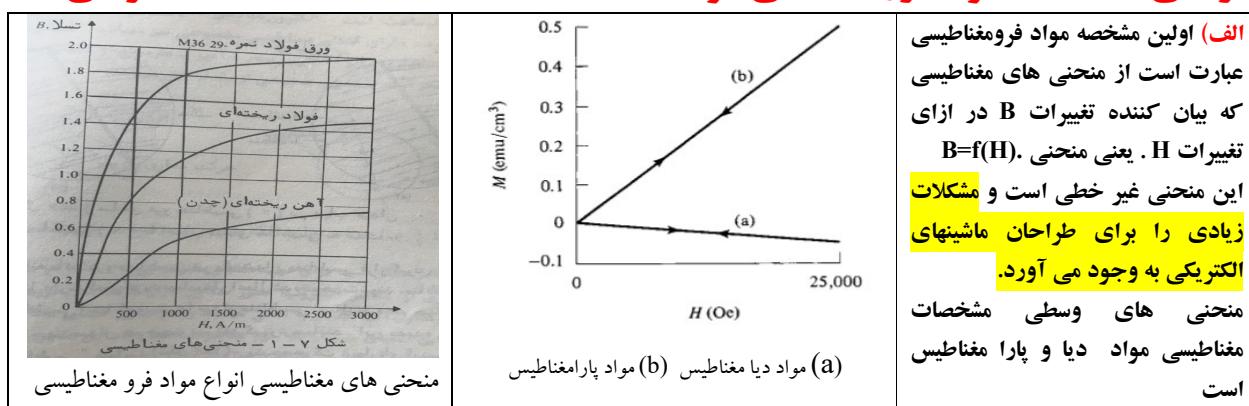
مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی



شکل (۲-۱۴)

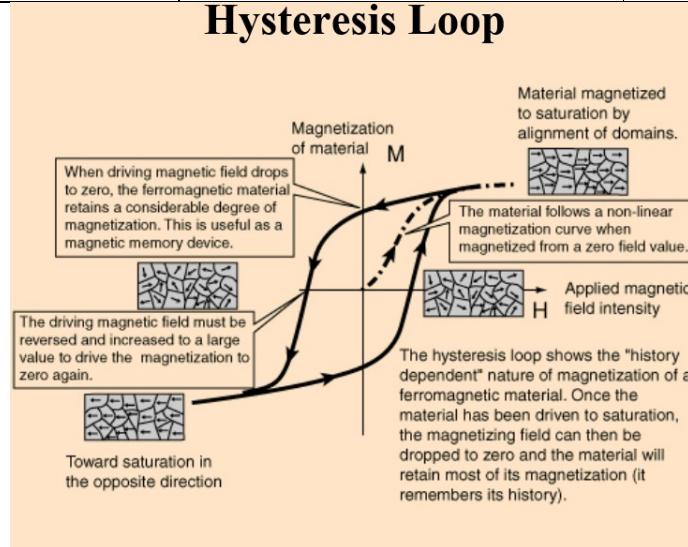
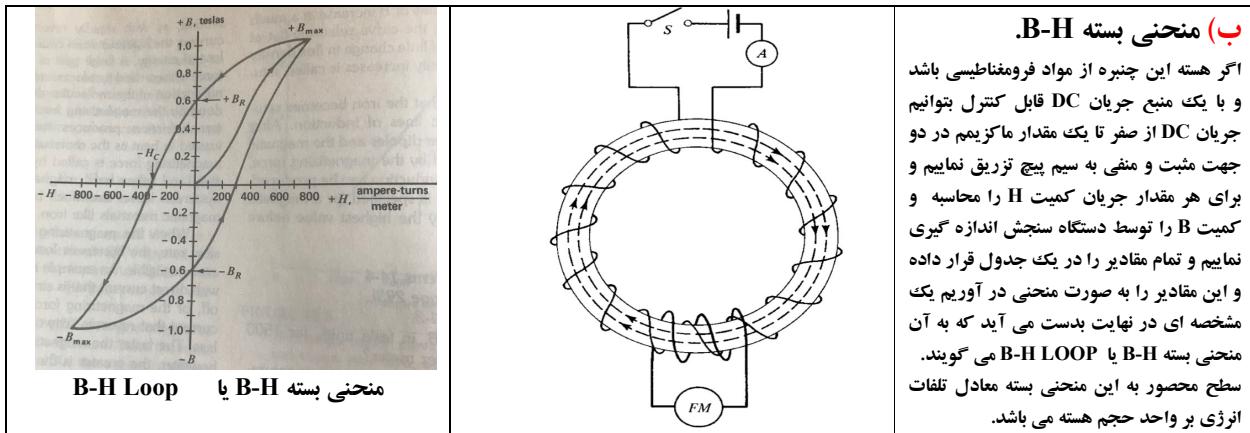
مثال ۲-۲: شکل (۲-۱۴) مدار مغناطیسی یک دینامو ۴ قطبی را نشان میدهد. آرمیجر از فولاد سیلیسیمی و بوغ و هسته‌های قطبی از جنس فولاد معمولی نرم هستند سیم پیچی-های ظپها با بهم سری شده‌اند. اندازه هندسی ابعاد روی شکل داده شده‌اند و تعداد حلقه‌های هر بویین واقع بر هسته قطبی $n = 1200$ دور می‌باشد. جریان تحریک را طوری محاسبه نمایند تا فورانی برابر $6/0$ وبر در زیر هر قطب ایجاد شود. منحنی‌های مغناطیسی مربوط به این مدار همان منحنی‌های نشان داده شده در شکل (۲-۶) می‌باشد، از فوران پراکندگی صرف نظر نمی‌شود. حل- یک خط فوران را بین دو قطب مجاور هم مانند ABCDEFA را در نظر می‌گیریم: فوران $6/0$ وبر که در فاصله هوایی CD وجود دارد بدو قسمت متساوی تقسیم می‌گردد یکی سمت چپ در انتداد EF و دیگری سمت راست در انتداد EH هدایت می‌شود، بنابراین فورانی که در انتداد FE و در قسمت AB بود گردن خواهد نمود برابر $6/0$ وبر خواهد بود، برعکن در قسمت BC هسته فوران همان $6/0$ وبر باقی می‌ماند. با داشتن اندازه مقاطع در قسمتهای مختلف: اندازه‌سنجها مربوط باشند را به ترتیب زیر محاسبه مینیابیم:

۲- بررسی مشخصات مواد فرومغناطیسی مورد استفاده در ساخت هسته ماشینهای الکتریکی.





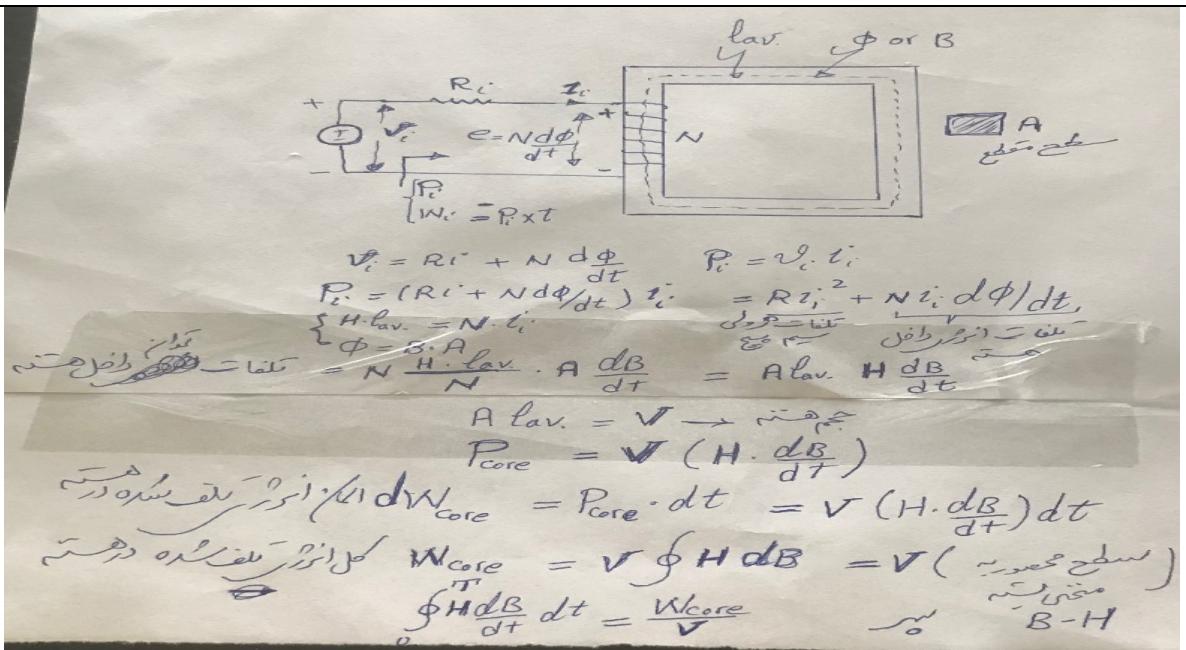
مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی



فرایند مغناطیس شوندگی در یک سیکل کامل

۳- مکانیزم ایجاد تلفات - تقسیم بندی و محاسبه تلفات انرژی در مواد فرومغناطیسی .

۱- ثابت کنید که سطح محصور به منحنی بسته مغناطیسی (B-H LOOP) معادل انرژی تلف شده در واحد حجم هسته فرومغناطیسی می باشد.

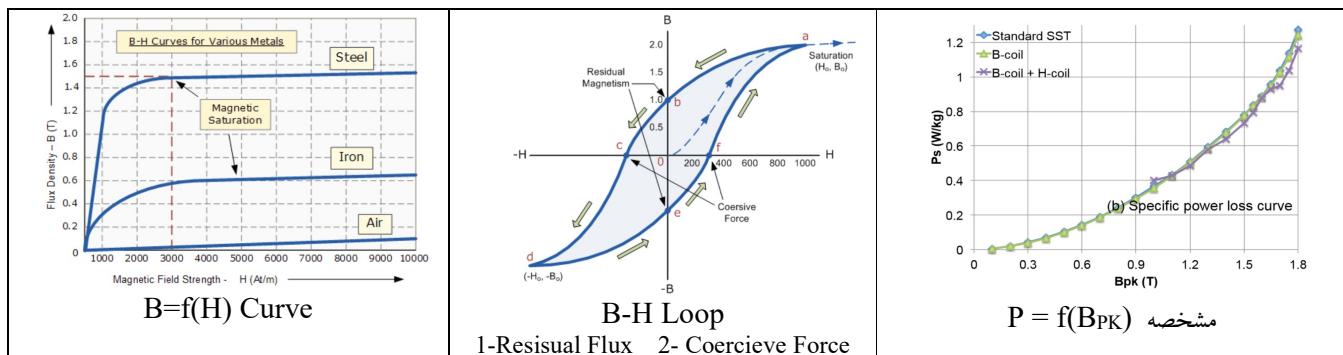


پس به راحتی اثبات میگردد که سطح محصور به منحنی هسته مغناطیسی ($B-H$ LOOP) معادل تلفات انرژی بر واحد حجم در هسته های مغناطیسی می باشد.

۲- در اینجا بهتر است تلفات هسته ها را بر حسب W/Kg بدست آوریم.



پس سومین مشخصه مواد فرومغناطیسی مشخصه مربوط به تلفات هسته می باشد.



۳-۲ تقسیم بندی تلفات هسته

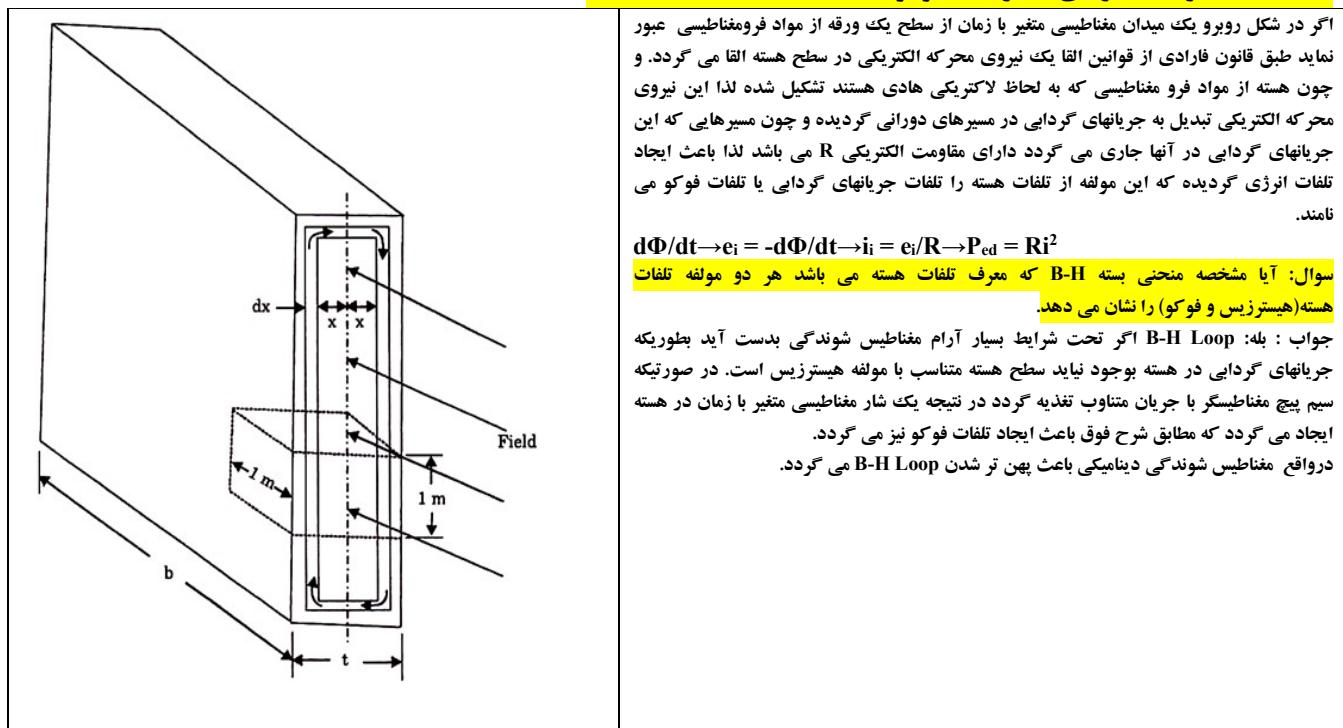
تلفات هسته به دو صورت تحت عنوان تلفات هیستریزیس و تلفات جریانهای گردابی در هسته ماشینهای الکتریکی ایجاد می گردد.

۳-۳ ۱- تلفات هیستریزیس (Hysteresis Core Loss)

mekanizm ایجاد این تلفات مرتبط است با چگونگی رفتار داخلی مواد فرومغناطیسی که در پروسه تقویت کنندگی میدان توسط این مواد انجام می شود. برای محاسبه این مولفه تلفات هسته بایستی وقتی هسته را در آزمایشگاه تحت میدان مغناطیسی قرار می دهیم افزایش جریان در سیم پیچ مغناطیسی کننده را به آرامی در دو جهت مثبت و منفی افزایش و کاهش دهیم تا از ایجاد جریانهای گردابی و در نتیجه از مولفه دوم تلفات که تلفات ناشی از جریانهای گردابی است جلوگیری شود.

مساحت منحنی بسته ای که به این ترتیب بدست می آید مساوی انرژی تلف شده بر واحد حجم این مولفه از تلفات می باشد. و می توان با محاسباتی که در بالا انجام شد بر حسب W/Kg بدست آورد.

۳-۳-۲ تلفات جریانهای گردابی با جریانهای فوکو (Eddy Current Power Loss).

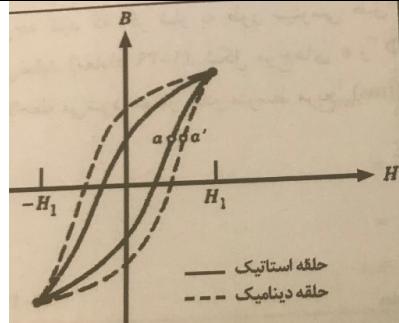


$$d\Phi/dt \rightarrow e_i = -d\Phi/dt \rightarrow I_i = e_i/R \rightarrow P_{cd} = R t^2$$

سوال: آیا مشخصه منحنی بسته $B-H$ که معرف تلفات هسته می باشد هر دو مولفه تلفات هسته (هیستریزیس و فوکو) را نشان می دهد.

جواب : به: اگر تحت شرایط بسیار آرام مغناطیسی شوندگی بدست آید بطوریکه جریانهای گردابی در هسته بوجود نیاید سطح هسته مناسب با مولفه هیستریزیس است. در صورتیکه سیم پیچ مغناطیسی با جریان متناوب تقدیم گردد در نتیجه یک شار مغناطیسی متغیر با زمان در هسته ایجاد می گردد که مطابق شرح فوق باعث ایجاد تلفات فوکو نیز می گردد.

در واقع مغناطیسی شوندگی دینامیکی باعث پنهان شدن $B-H$ Loop می گردد.



Let us consider 1 metre axial length and also 1 metre width of sheet. Take an elemental path of thickness dx at a distance x from the axis. Flux enclosed by 1 metre length of this path,

$$\begin{aligned}\phi &= B \text{ (flux density)} \times 2x \times 1 \text{ (area)} = 2xB \\ &= 2xB \sin \omega t\end{aligned}$$

Instantaneous value of eddy e.m.f. induced in the elemental path,

$$\begin{aligned}e_x &= \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}(2xB_{\max} \sin \omega t) \\ &= 2xB_{\max} \cos \omega t = 2x \omega B_{\max} \cos \omega t.\end{aligned}$$

R.m.s. value of eddy e.m.f. in the elemental path,

$$\begin{aligned}E_{r.m.s.} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times E_{\max} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2x \omega B_{\max} \quad [\because E_{\max} = 2x \omega B_{\max} \text{ i.e., when } \cos \omega t = 1] \\ &= \sqrt{2}x \omega B_{\max} = \sqrt{2}x \times 2\pi f B_{\max} = 2\sqrt{2} \pi x f B_{\max}\end{aligned}$$

If ρ is the resistivity of material, the resistance of each elemental path,

$$R_{xe} = \frac{2\rho}{1 \times dx} = \frac{2\rho}{dx}$$

(Neglecting portions of path parallel to edges of plates).

\therefore Eddy current in element path

$$I_{xe} = \frac{E_{xe}}{R_{xe}} = \frac{2\sqrt{2}x \pi f B_{\max}}{2\rho/dx} = \frac{\sqrt{2}\pi f B_{\max} x dx}{\rho}$$

Eddy current loss in this path with 1 metre length and 1 metre width is

$$P_{xe} = I_{xe}^2 R_{xe} = \frac{2\pi^2 f^2 B_{\max}^2 (xdx)^2}{\rho^2} \times \frac{2\rho}{dx}$$

$$= \frac{4\pi^2 f^2 B_{\max}^2}{\rho} x^2 dx$$

Total eddy current loss in a plate 1 metre wide, 1 metre long and l metre thick is

$$= \int_{-l/2}^{l/2} \frac{4\pi^2 f^2 B_{\max}^2}{\rho} x^2 dx = \frac{\pi^2 f^2 B_{\max}^2 l^3}{6\rho}$$

\therefore Eddy current loss per unit volume

$$= \frac{\pi^2 f^2 B_{\max}^2 l^2}{6\rho}$$

(the volume being $l m^3$)

$$= K_f B_{\max}^2 l^2$$

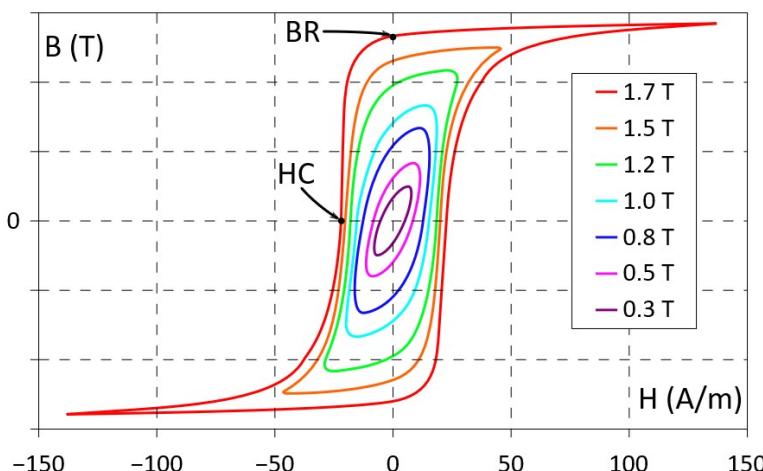
where, $K_f = \frac{\pi^2 l^2}{6\rho}$

۳-۳-۳ اندازه گیری تلفات هسته

با مطالبی که تا اینجا بررسی شد مشخص است که تلفات کل هسته (جمع دو مولفه هیسترزیس و فوکو) در هر چگالی شاری که هسته را مغناطیس کنیم از رابطه زیر بدست می آید.

$$P_{core} = (f/\rho)[\text{integral}](HdB/dt) \rightarrow W/Kg$$

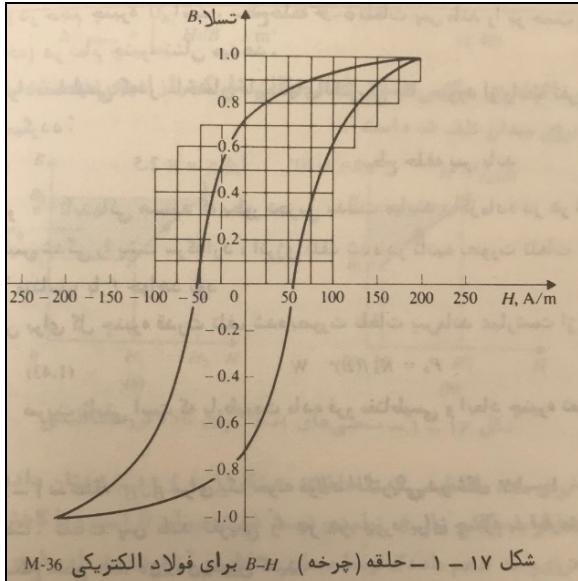
این رابطه نشان می دهد که اصل کار در محاسبه تلفات هسته اندازه گیری سطح منحنی بسته مغناطیسی یا همان B-H Loop است.



منحنیهای بسته B-H در چگالی شارهای مختلف



محاسبه دقیق توان تلف شده در هسته در هر چگالی شاری از محاسبه سطح B-H Loop در آن چگالی شار بدست می‌آید.
برای شروع به تمرین زیر توجه کنید.



مثال ۴ - ۱ - حلقه B-H برای یک نمونه فولاد الکتریکی در شکل ۱۷ - ۱ نشان داده شده است. تلفات پس ماند تغییری را در هر دوره برای چنبره به قطر متوضع ۳۰۰ mm و سطح مقطع ۵۰x۵۰ mm تعیین کنید.

حل:

سطح هر مربع در شکل ۱۷ - ۱ عبارتست از:

$$\text{زول} = \frac{\pi}{4} \times \text{میر} \times \text{میر} = \frac{\pi}{4} \times 5 \times 5 = 20.4 \text{ متر}^2$$

مترا مکعب متر مکعب

اگر مریع هائی که بیش از نصف آنها داخل حلقه است کاملاً داخل حلقه پس ماند در نظر گرفته و از مریع هائی که بیش از نصف آنها خارج حلقه است صرف نظر کیم ساحت چرخه پس ماند چنین خواهد شد:

$$2 \times 43 \times 2.5 = 215 \text{ J/m}^2$$

حجم چنبره عبارتست از:

$$0.05^2 \times 0.3\pi = 2.36 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

تلفات انرژی در چنبره بر هر سیلان عبارتست از:

$$2.36 \times 10^{-2} \times 215 = 0.507 \text{ J}$$

تمرین: اگر چگالی جرمی مواد مغناطیسی تشکیل دهنده هسته چنبره تمرین فوق ۷۸۰۰ کیلو گرم ($\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$) بر متر مکعب باشد تلفات هسته را در فرکانس ۵۰ هرتز ($f=50 \text{ Hz}$) بر حسب W/Kg بدست آورید.

مشاهده می‌گردد که مشکل اساسی اینجا محاسبه دقیق سطح منحنی بسته می‌باشد ولی امروزه با استفاده از سیستمهای دیجیتالی و فرم افزارهای کامپیوتوری به راحتی محاسبه تلفات امکان پذیر شده است.

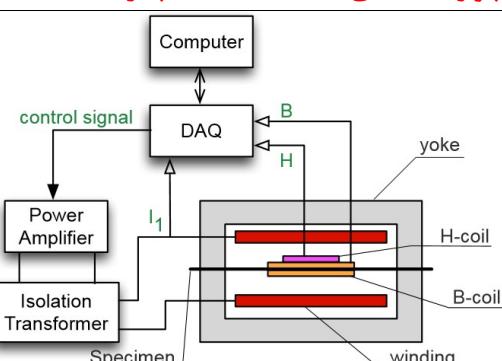
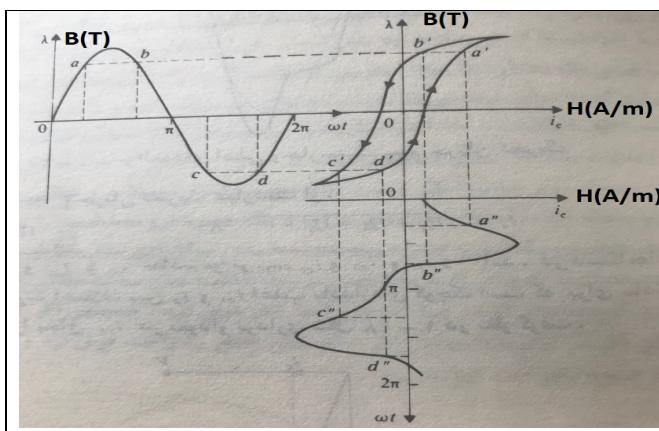
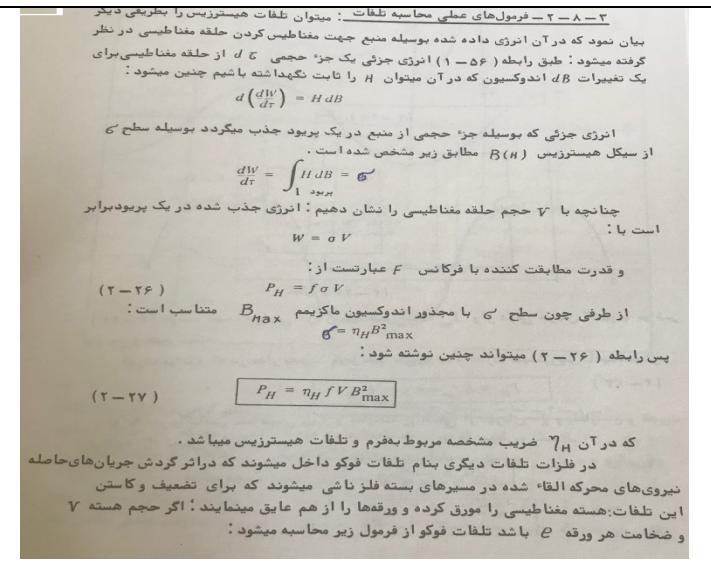
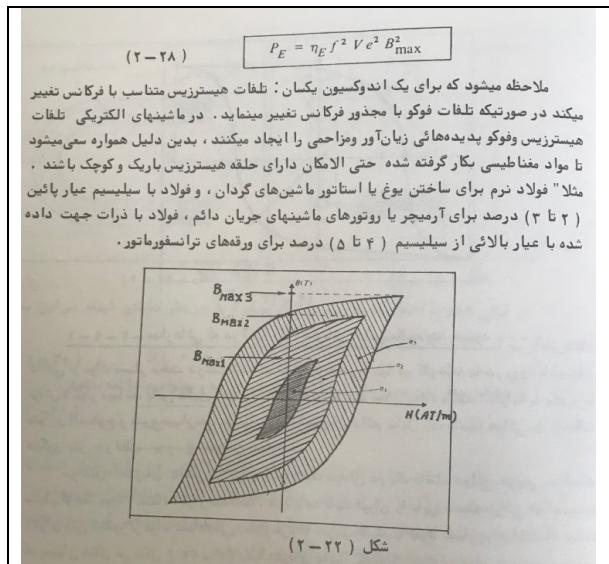
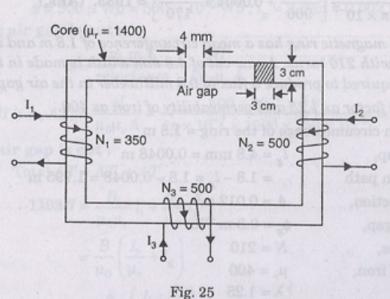


Figure 2: Block diagram of the measurement system



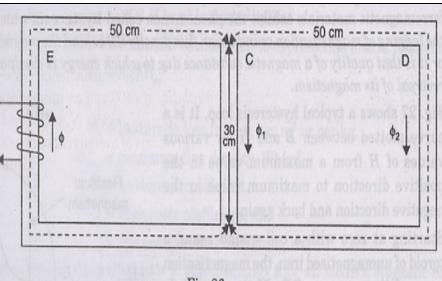
روابط مربوط به جدا سازی تلفات هیسترزیس و فوکو





rectangular core shown in Fig. 25 has a mean length of 120 cm, cross-section of $(3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm})$, relative permeability of 1400 and an air gap of 4 mm cut in the core. The three coils carried by the core have number of turns $N_1 = 350$, $N_2 = 500$ and $N_3 = 500$; and the respective currents are 1.5 A, 3.5 A and 2.5 A. The directions of the currents are as shown. Find the flux in the air gap.

تمرين ۱ :



Example 16. A cast steel magnetic structure made for a bar of section $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ is shown in Fig. 29. Determine the current that the 600 turn magnetising coil on the left limb should carry so that a flux of 2 mWb is produced in the right limb. Take $\mu_r = 600$ and neglect leakage.

تمرين ۲ -