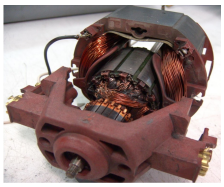


جلسه پنجم: ادامه بحث مدارهای مغناطیسی

در این جلسه به ادامه بحث مدارهای مغناطیسی می پردازیم. عناوین این بحث ها به شرح زیر می باشد.

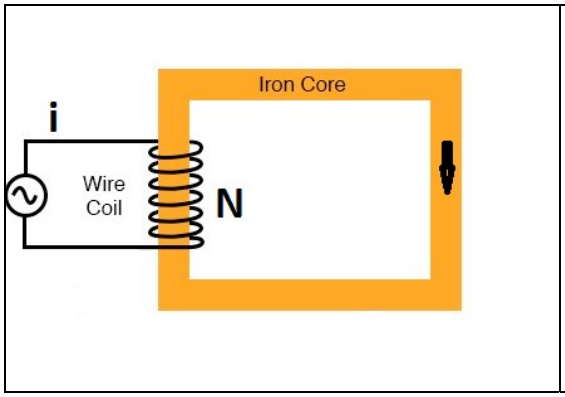
۱- تعریف شار پیوندی

۲- – اندوکتانس یک سیم پیچ

۳- اندوکتانس متقابل بین چند سیم پیچ و محاسبات مربوطه.

۱-تعریف شار پیوندی

$$F_{mmf} = Ni = H\times 2\pi r = HL_{av.} = (B/\mu_0\mu)l_{av.} = (l_{av}/\mu_0\mu A)\Phi = \Phi\times R_m$$



$$e = N\frac{d\Phi}{dt}$$

Where,

e = (Instantaneous) induced voltage in volts

N = Number of turns in wire coil (straight wire = 1)

Φ = Magnetic flux in Webers

t = Time in seconds

از هر حلقه از سیم پیچ N دوری شارΦ می گذرد بنا براین کل شار در برگیرنده سیم پیچ N دوری می شود :

$$\lambda = N\Phi$$

λ را شار در برگیرنده یا شار پیوندی سیم پیچ N دوری می گویند.

۲- اندوکتانس(ضریب خود القا) یک سیم پیچ

طبق تعریف اندوکتانس یک سیم پیچ عبارتست از شار در برگیرنده یک سیم پیچ به ازای واحد جریان:

$$L = (\lambda/i)$$

اما می دانیم که اندوکتانس یک سیم پیچ (L)به مانند ظرفیت یک خاذن (C)و یا مقاومت یک مقاومت اهمی (R) کمیتی است که به پارامترهای فیزیکی این المانهای پسیو مدارات الکتریکی وابسته است بنابراین می توانیم برای یافتن L یعنی اندوکتانس یک سیم پیچ از این راه برویم:

$\Phi = B \times A = \mu HA = \mu(Ni/l)A$

$$e = N\frac{d\phi}{dt} = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu A}} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$L = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu A}} \qquad L = \frac{N^2}{R_m}$$

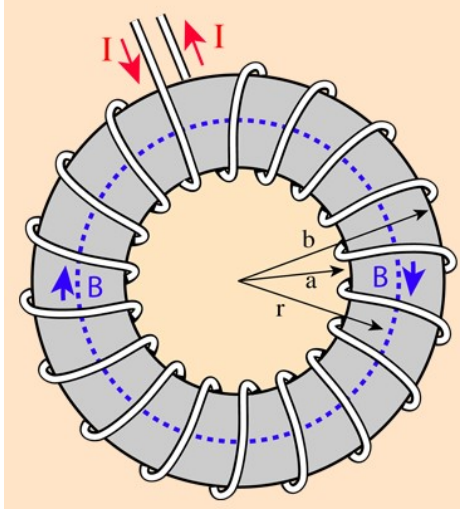
می توانیم از رابطه :

$L = (\lambda/i)$

نیز به نتیجه بالا برسیم:

$$L = (\lambda/i) = N(\Phi/i) = N(\mu HA)/i = N(\mu(Ni/l)A)i = (N^2/(l/\mu A)) = N^2/R_m$$

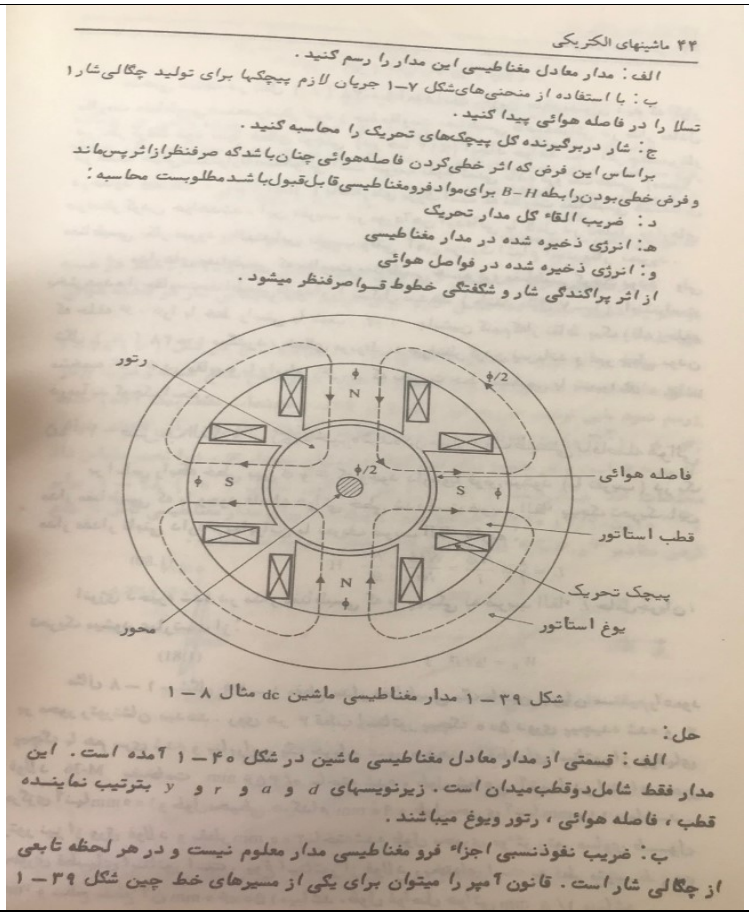
تمرین ۱ :

	**فرض کنید:** **N= 500 TURN** **I=10A** **r = 50 Cm** **A= 10Cm²** **μ_r=2000** **مطوبست محاسبه ضریب خود القا (اندوکتانس سیم پیچ) از دو روش فوق** **$L = (\lambda/i)$** **$L=N^2/R_m$**

تمرین ۲: اگر در هسته تمرین ۱ یک فاصله هوایی به طول ۱ میلی متر ایجاد کنیم در این حالت مقدار اندوکتانس یا ضریب خود القا را محاسبه نمایید.

تمرین ۳ : مثال ۱-۸ از کتاب مرجع ماشینهای الکتریکی نوشته ج – ر – سلمون و آ – استراون
ترجمه دکتر حمید لسانی

مثال ۸ – ۱ – شکل ۳۹ – ۱ مقطع مدار مغناطیسی یک ماشین جریان مستقیم را عمود بر محور رتور نشان میدهد. روی هر ۴ قطب استاتور پیچک ۵۰۰ دوری پیچیده شده و ۴ پیچک با هم سری شده و بنابراین یک جریان عبور میدهند. قطبهای استاتور از ورقهای فولاد M-36 بضخامت ۰/۳۵۶ mm ساخته شده و طول شعاعی آنها در امتداد محور مرکزی آنها ۱۰۰mm و طول محیطی هرکدام ۹۰ mm و طول محوری آنها ۱۱۰mm میباشد. رتور نیز از ورق فولاد و بقطر ۲۰۰ mm ساخته شده طول محوری موثر رتور مساوی طول محوری قطبهای استاتور است. یوغ استاتور از فولاد ریخته‌ای است به قطر متوسط ۴۶۰ mm و سطح مقطع آن ۱۵۰×۶۰ mm میباشد. طول فواصل هوائی ۱/۵ mm میباشد.



۴۴ ماشینهای الکتریکی

الف: مدار معادل مغناطیسی این مدار را رسم کنید.
ب: با استفاده از منحنی‌های شکل ۷–۱ جریان لازم پیچکها برای تولید چگالی شار ۱ تسلا را در فاصله هوائی پیدا کنید.
ج: شار دربرگیرنده کل پیچک‌های تحریک را محاسبه کنید.
براساس این فرض که اثر خطی‌کردن فاصله‌هوائی چنان باشدکه صرفنظرازاثرپس‌ماند و فرض خطی‌بودن رابطه $B-H$ برای‌مواد فرومغناطیسی قابل‌قبول‌باشد مطلوبست محاسبه:
د: ضریب القاء کل مدار تحریک
هـ: انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی
و: انرژی ذخیره شده در فواصل هوائی
از اثر پراکندگی شار و شکفتگی خطوط قوا صرفنظر میشود.

شکل ۳۹ – ۱ مدار مغناطیسی ماشین dc مثال ۸ – ۱

حل:

الف: قسمتی از مدار معادل مغناطیسی ماشین در شکل ۴۰ – ۱ آمده است. این مدار فقط شامل دوقطب‌میدان است. زیرنویسهای d و a و r و y بترتیب نماینده قطب، فاصله هوائی، رتور ویوغ میباشند.

ب: ضریب نفوذنسبی اجزاء فرو مغناطیسی مدار معلوم نیست و در هر لحظه تابعی از چگالی شار است. قانون آمپر را میتوان برای یکی از مسیرهای خط چین شکل ۳۹ – ۱ بکار برد. بنابراین برای هر مسیر شار شکل ۳۹ – ۱ داریم:

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = \int \vec{J} \cdot \vec{dA} \quad A \qquad (1.82)$$

بطوریکه:

$$2H_p l_p + 2H_g l_a + H_r l_r + H_y l_y = 2\,Ni \quad A \qquad (1.83)$$

براساس این فرض که خطوط قوا در فاصله هوائی شکفته نمیشوند در نتیجه سطح مقطع مسیر شار در قطب مساوی فاصله هوائی است:

$$B_p = B_g = 1.0 \quad T$$

و شار در هر قطب چنین است:

$$\phi = B_a \times A_a = 1.0 \times 0.11 \times 0.09 = 9.9 \times 10^{-3} \quad Wb \qquad (1.84)$$

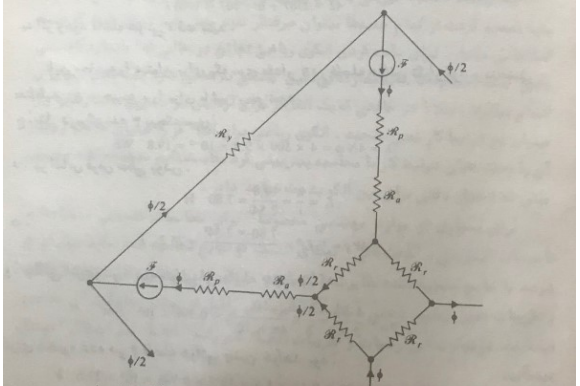
$$H_a = \frac{B_a}{\mu_0} = \frac{1.0}{4\pi \times 10^{-7}} = 0.7958 \times 10^6 \quad A/m \qquad (1.85)$$

از منحنی ورق فولاد شکل ۷ – ۱:

$$H_y = 210 \quad A/m$$

در رتور شار ϕ از هرقطب‌طبق شکل ۴۰ – ۱ بین دو مسیر بطور مساوی تقسیم‌میشود بنابراین:

$$B_r = \frac{\phi}{2A_r}$$



شکل ۴۰ – ۱ – قسمتی از مدار معادل مغناطیسی شکل ۳۹ – ۱

با فرض اینکه: طول محوری قطب استاتور × شعاع رتور = A_r سپس:

$$A_r = 0.1 \times 0.11 = 11 \times 10^{-3} \quad m^2$$

$$B_r = \frac{9.9 \times 10^{-3}}{2 \times 11 \times 10^{-3}} = 0.450 \quad \text{T}$$

از شکل ۷ – ۱:

$$H_r = 40 \quad \text{A/m}$$

در یوغ ϕ بین دو مسیر تقسیم میشود و:

$$B_y = \frac{\phi}{2A_y} = \frac{9.9 \times 10^{-3}}{2 \times 0.15 \times 0.06} = 0.550 \quad \text{T}$$

از شکل ۷ – ۱:

$$H_y = 295 \quad \text{A/m}$$

$$2l_a = 2 \times 1.5 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} \quad \text{m}$$

$$2l_y = 2 \times 0.1 = 0.2 \quad \text{m}$$

$$l_r = \frac{\pi D_r}{4} = \frac{\pi \times 0.2}{4} = 0.1571 \quad \text{m}$$

$$l_y = \frac{\pi D_y}{4} = \frac{\pi \times 0.46}{4} = 0.3613 \quad \text{m}$$

با جانشین کردن در معادله (۶۵ – ۱) داریم:

$$210 \times 0.2 + 0.7958 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-3} + 40 \times 0.1571 + 295 \times 0.3613 = 2 \times 500\, i$$

یا:

$$42 + 2387 + 6 + 107 = 1000\, i$$

به اثر وجود فاصله هوائی دقت کنید.

$$i = 2.54 \quad \text{A}$$

این محاسبه را میتوان برای یک سری مقدار B در فاصله هوائی تکرار کرد و منحنی مغناطیسی ϕ بر حسب i را برای ماشین رسم نمود.

ج: شار دربرگیرنده ۴ پیچک سری:

$$\lambda = 4N\phi = 4 \times 500 \times 9.9 \times 10^{-3} = 19.8 \quad \text{Wb}$$

د: بر اساس فرض خطی بودن:

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{19.8}{2.54} = 7.80 \quad \text{H}$$

هـ:

$$W_B = \tfrac{1}{2} L i^2 = \frac{7.80 \times 2.54^2}{2} = 25.2 \quad \text{J}$$

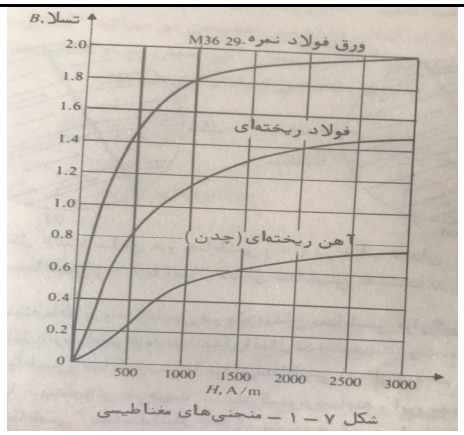
و: چگالی انرژی در فاصله هوائی از معادله ۳۷ – ۱:

$$w_a = \frac{1}{2}\frac{B_a^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \times \frac{1^2}{4\pi \times 10^{-7}} = 0.398 \times 10^6 \quad \text{J/m}^3$$

انرژی ذخیره شده در ۴ فاصله هوائی چنین خواهد بود:

$$W_a = 4 \times 0.09 \times 0.11 \times 1.5 \times 10^{-3} \times 0.398 \times 10^6 = 23.6 \quad \text{J}$$

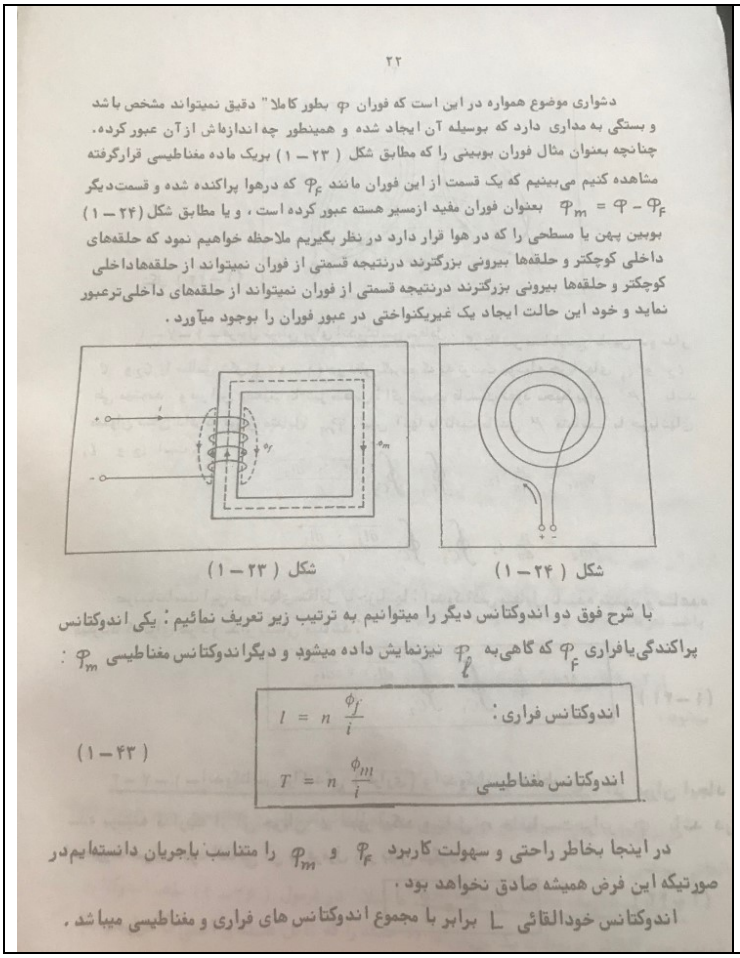
نتایج بند هـ و و نشان میدهند که انرژی ذخیره شده در اجزاء فرو مغناطیسی مدار $25.2 - 23.6 = 1.60\,\text{J}$ است. باید یادآوری کرد که نتیجه بند هـ بر اساس این فرض که منحنی‌های B–H برای مواد بکار رفته خط راست گذرنده از مبداء و از نقاط روی منحنی



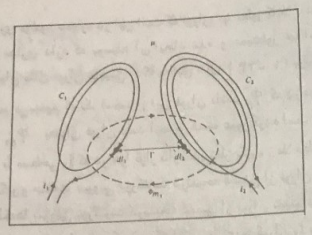
شکل ۷ – ۱ – منحنی‌های مغناطیسی

شکل ۷ – ۱ بازاء چگالی شار واقعی در این مواد است استوار میباشد. سطح محصور بین منحنی B–H و محور B در شکل ۱۶ – ۱ چگالی انرژی را در ماده بیان میکند چون مشخصه واقعی منحنی است تقریب خط راست مقدار بالائی برای انرژی ذخیره شده در مواد بدست میدهد. ولی چون مواد بکار رفته در این مدار از اشباع بدورند خطای مربوطه کوچک است. مقدار دقیق با تعیین سطوح شکل ۷ – ۱ بدست میآید.

تمرین ٤:



۲۱



شکل (۲۲ – ۱)

۱ – ۷ – ۱ – فرمول نومان برای اندوکتانس متقابل: اگر تاثیر مغناطیسی مابین دو مدار C_1 و C_2 را مطابق شکل (۲۲ – ۱) در نظر بگیریم که به ترتیب بوسیله جریانهای i_1 و i_2 طی میشوند. و در این وضعیت تاثیر متقابل: اگر ضریب قابلیت نفوذ محیط برابر μ باشد میتوان نشان داد که فوران متقابل Φ_m بین آنها با ثابت ماندن μ متناسب با جریانهای i_1 و i_2 است:

$$\phi_{m_1} = \frac{\mu}{4\pi} i_2 \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{\overrightarrow{dl_1} \cdot \overrightarrow{dl_2}}{r}$$

$$\phi_{m_2} = \frac{\mu}{4\pi} i_1 \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{\overrightarrow{dl_2} \cdot \overrightarrow{dl_1}}{r}$$

ضریب تناسب این فورانهای متقابل باجریانها: اندوکتانس متقابل نامیده میشود و مشاهده میگردد که برای هر دو مدار یکسان میباشد:

$$M = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{\overrightarrow{dl_1} \cdot \overrightarrow{dl_2}}{r} \qquad (۱-۴۱)$$

۲ – ۷ – ۱ – اندوکتانس پراکندگی (فراری) و اندوکتانس مغناطیسی: اگر فوران ایجاد شده بوسیله مداریکه از آن جریان i عبور میکند و شامل n حلقه‌ایست برابر Φ باشد در ینصورت ضریب خود القائی آن با فرمول زیر بیان میگردد:

$$L = n \frac{\phi}{i} \qquad (۱-۴۲)$$

دشواری موضوع همواره در این است که فوران Φ بطور کاملا" دقیق نمیتواند مشخص باشد و بستگی به مداری دارد که بوسیله آن ایجاد شده و همینطور چه اندازه‌اش از آن عبور کرده. چنانچه بعنوان مثال فوران بوبینی را که مطابق شکل (۲۳ – ۱) بریک ماده مغناطیسی قرارگرفته مشاهده کنیم می‌بینیم که یک قسمت از این فوران مانند Φ_f که درهوا پراکنده شده و قسمت دیگر $\Phi_m = \Phi - \Phi_f$ بعنوان فوران مفید ازمسیر هسته عبور کرده است، و یا مطابق شکل (۲۴ – ۱) بوبین پهن یا مسطحی را که در هوا قرار دارد در نظر بگیریم ملاحظه خواهیم نمود که حلقه‌های داخلی کوچکتر و حلقه‌ها بیرونی بزرگترند درنتیجه قسمتی از فوران نمیتواند از حلقه‌هاداخلی کوچکتر و حلقه‌ها بیرونی بزرگترند درنتیجه قسمتی از فوران نمیتواند از حلقه‌های داخلی‌ترعبور نماید و خود این حالت ایجاد یک غیریکنواختی در عبور فوران را بوجود میآورد.

شکل (۲۳ – ۱)

شکل (۲۴ – ۱)

با شرح فوق دو اندوکتانس دیگر را میتوانیم به ترتیب زیر تعریف نمائیم: یکی اندوکتانس پراکندگی‌یافراری Φ_f که گاهی‌به Φ_ℓ نیزنمایش داده میشود و دیگراندوکتانس مغناطیسی Φ_m:

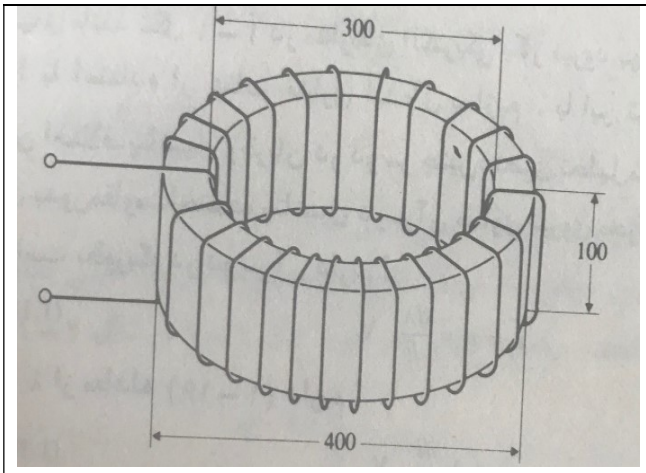
اندوکتانس فراری:	$l = n \frac{\phi_f}{i}$
اندوکتانس مغناطیسی	$T = n \frac{\phi_m}{i}$

(۱ – ۴۳)

در اینجا بخاطر راحتی و سهولت کاربرد Φ_f و Φ_m را متناسب باجریان دانسته‌ایم‌در صورتیکه این فرض همیشه صادق نخواهد بود.

اندوکتانس خودالقائی L برابر با مجموع اندوکتانس های فراری و مغناطیسی میباشد.

تمرین ٤-



۴ – ۱ – یک چنبره چوبی بقطر متوسط ۲۵۰ mm و سطح مقطع ۱۰۰۰ mm^2 با ۱۲۰۰ دور سیم بطور یکنواخت پیچیده شده و جریان ۲ A از آن عبور میکند مطلوبست تعیین:

الف: شدت میدان مغناطیسی داخل پیچک

ب: شار کل تولیدی در چنبره

ج: چگالی شار در چنبره

د: ضریب القاء پیچک

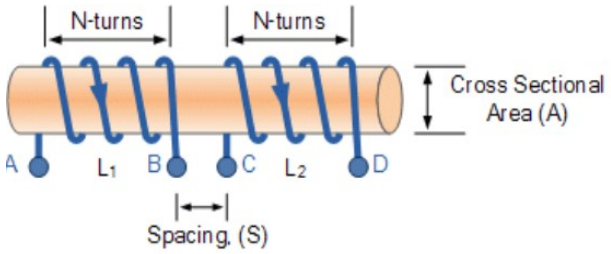
یک چنبره‌مشابه ازفولادریخته‌ای‌که منحنی مغناطیسی‌اش در شکل ۷ – ۱ آمده است با پیچک مشابهی حامل جریان ۲ A پیچیده شده است. تعیین کنید.

هـ: شار کل تولیدی در چنبره فولادی

و: ضریب نفوذ نسبی فولاد ریخته‌ای در این شرایط (بخش ۳ – ۱)

ز: ضریب القاء پیچک

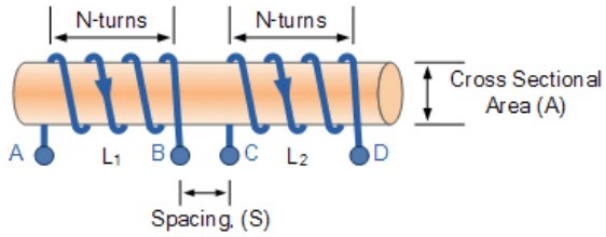
۳- اندوکتانس متقابل بین چند سیم پیچ و محاسبات مربوطه.



Mutual Inductance

Mutual Inductance is the interaction of one coils magnetic field on another coil as it induces a voltage in the adjacent coil

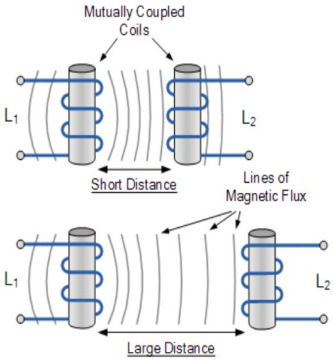
همانطوریکه از شکل بالا قابل ملاحظه می باشد اگر شار مغناطیسی تولید شده یک سیم پیچ توسط از سیم پیچ دیگری عبور نماید در واقع می تواند در آن ولتاژ القا (emf) نماید.

	When this emf is induced in the same circuit in which the current is changing this effect is called **Self-induction**, (L).

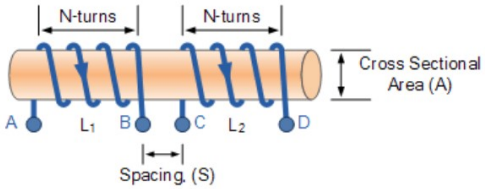
However, when the emf is induced into an adjacent coil situated within the same magnetic field, the emf is said to be induced magnetically, inductively or by **Mutual induction**, symbol (M). Then when two or more coils are magnetically linked together by a common magnetic flux they are said to have the property of **Mutual Inductance**.

Mutual Inductance is the basic operating principal of the transformer, motors, generators and any other electrical component that interacts with another magnetic field. Then we can define mutual induction as the current flowing in one coil that induces a voltage in an adjacent coil.

Mutual Inductance between Coils



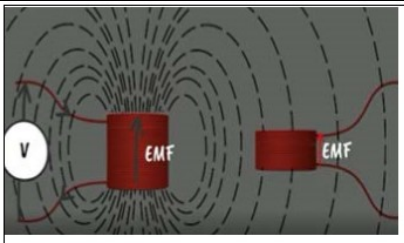
The mutual inductance that exists between the two coils can be greatly increased by positioning them on a common soft iron core or by increasing the number of turns of either coil as would be found in a transformer.



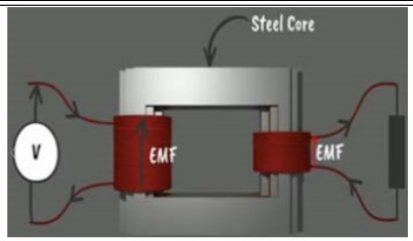
$$M_{12} = M_{21} = M$$

Here the current flowing in coil one, L_1 sets up a magnetic field around itself with some of these magnetic field lines passing through coil two, L_2 giving us mutual inductance. Coil one has a current of I_1 and N_1 turns while, coil two has N_2 turns. Therefore, the mutual inductance, M_{12} of coil two that exists with respect to coil one depends on their position with respect to each other and is given as:

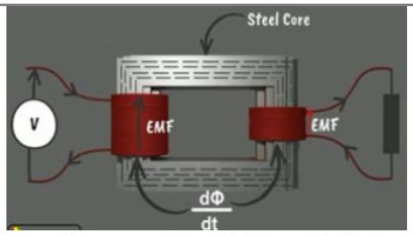
$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$



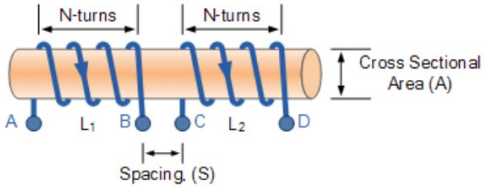
الف) تولید شار مغناطیسی توسط سیم پیچ سمت چپ



ب) قرار دادن یک هسته از جنس آهن با μ_r بسیار بالا



الف) نمایش خطوط شار مغناطیسی در هسته آهنی



$$\Phi_{12} = \Phi_{21} = \Phi$$
$$M_{12} = M_{21} = M$$
$$M^2 = L_1 L_2$$

$$M = \sqrt{L_1 L_2} \ \ H$$

$$L_1 = \frac{\mu_0 \mu_r N_1^2 A}{\ell}$$

$$L_2 = \frac{\mu_0 \mu_r N_2^2 A}{\ell}$$