

جلسه ششم

فصل دوم - تبدیل انرژی الکترومغناطیسی

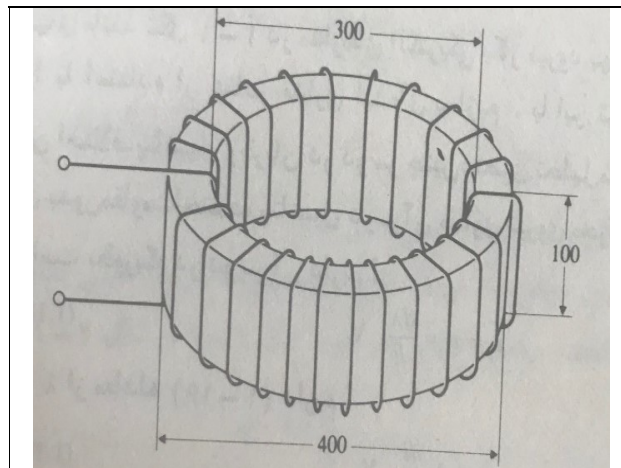
در این جلسه به ادامه بحث مدارهای مغناطیسی می پردازیم. عناوین این بحث ها به شرح زیر می باشد.

۱- انرژی میدان مغناطیسی (انرژی ذخیره شده در یک سیم پیچ)

۲- اصول تبدیل انرژی الکترو مکانیکی

۳- حل مسایل مختلف تبدیل انرژی.

ابتدا چند تمرین از فصل اول:



شکل ۱-۳

تمرین ۱: شکل ۱-۳ را در نظر بگیرید: (ابعاد به میلی متر است)

اگر سیم پیچ ۲۰۰ دوری از جنس مس با مقاومت مخصوص $\rho = 17.2 \times 10^{-9} \Omega m$ روی هسته چنبره شکل از جنس پلاستیک با مقطع مستطیلی پیچیده شده باشد (قطر سیم مسی ۳ میلی متر است):

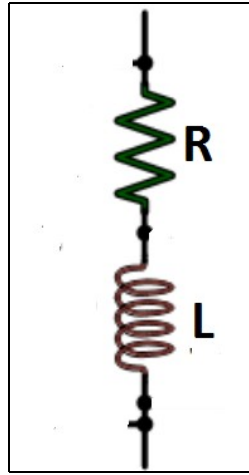
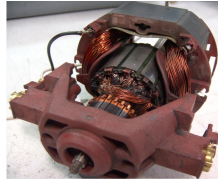
(الف): برای جریان ۵۰ آمپر چگالی شار مغناطیسی را در قطر متوسط چنبره را محاسبه نمایید.

(ب): ضریب القای پیچک را با فرض اینکه چگالی شار در آن یکنواخت توده و معادل مقدار آن در قطر

متوسط باشد پیدا کنید. (از هر دو روش: $L = (N^2/R_m)$ or $L = \lambda/i$

(ج): درصد خطای وارده در اثر فرض یکنواختی چگالی شار در پیچک را تعیین کنید.

(د): با در نظر گرفتن مقاومت مخصوص مس پارامترهای مدار معادل تقریبی شکل ۳-۲ را بدست آورید.



شکل ۳-۲: مدار معادل الکتریکی پیچک

حل:

حل تمرین ۱: مطابق قانون ماری آمپر:

$$R_1 = 150 \text{ mm} \rightarrow R_2 = 200 \text{ mm}$$

$$R_{av} = 150 + \frac{(400 - 300)}{2} = 175 \text{ mm}$$

$$A = (250 \times 100) \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$N = 200$$

طبق قانون ماری آمپر: در مسیر متوسط:

$$H(2\pi R_{av}) = NI \rightarrow H = \frac{NI}{2\pi R_{av}}$$

$$\vec{H} = \frac{200 \times 50}{0.35\pi} = 9095 \text{ A/m}$$

$$B = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \times 9095 = 11.43 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$\phi = B \cdot A = 11.43 \times 10^{-3} \times 250 \times 10^{-4} = 57.15 \times 10^{-6} \text{ Wb}$$

$$\lambda = N\phi = 200 \times 57.15 \times 10^{-6} = 11.43 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{11.43 \times 10^{-3}}{50} = 0.2286 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$R_m = \frac{l_{av}}{\mu_0 \mu_r N^2 A} = \frac{2\pi(175 \times 10^{-3})}{4\pi \times 10^{-7} \times 50^2 \times 250 \times 10^{-4}} = 1.75 \times 10^8 \text{ A/Wb}$$

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{200^2}{1.75 \times 10^8} = 0.2286 \times 10^{-3} \text{ H}$$

(ج) در شعاع متوسط محاسب انجام شود. در میانگین 0.45×10^{-2} متر نشان دارد

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 50}{2\pi \times 0.15} \Rightarrow$$

$$d\phi = B dA$$

$$\phi = \int_{0.15}^{0.20} B \times 0.1 dr \text{ Wb}$$

$$\lambda = N\phi = \frac{0.1 \mu_0 N^2 I}{2\pi} \int_{0.15}^{0.20} \frac{dr}{r} \text{ Wb}$$

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{0.1 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 200^2 \times 50}{2\pi} \ln \frac{0.2}{0.15} = 0.2301 \times 10^{-3} \text{ H}$$

$$\text{خطا} = \frac{0.2301 - 0.2286}{0.2301} \times 100\% = 0.651\%$$

مقاومت معادل $R = \frac{l}{\mu_0 \mu_r N^2 A}$

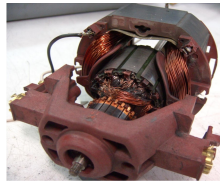
$$l = 200 \times (300 - 60) = 200 \times 300 = 60000 \text{ mm}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{3}{2} \times 10^{-3}\right)^2$$

$$R = 17.2 \times 10^{-9} \times \frac{60000}{\pi \times \frac{9}{4} \times 10^{-6}} = 0.1460 \Omega$$

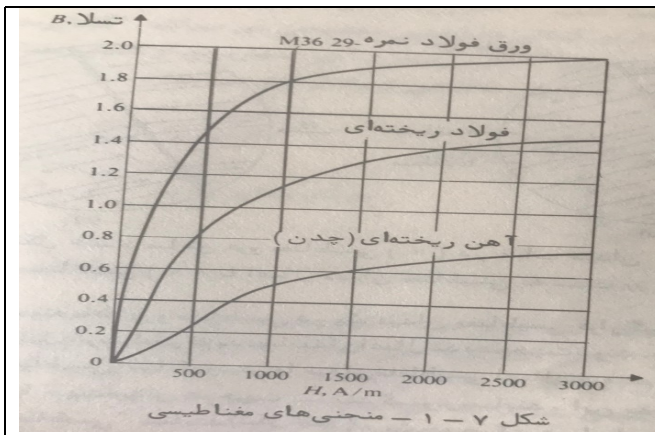
$$R = 17.2 \times \frac{24}{9\pi} \times 10^{-9} = 0.1460 \Omega$$

سپارماتر پیچک:



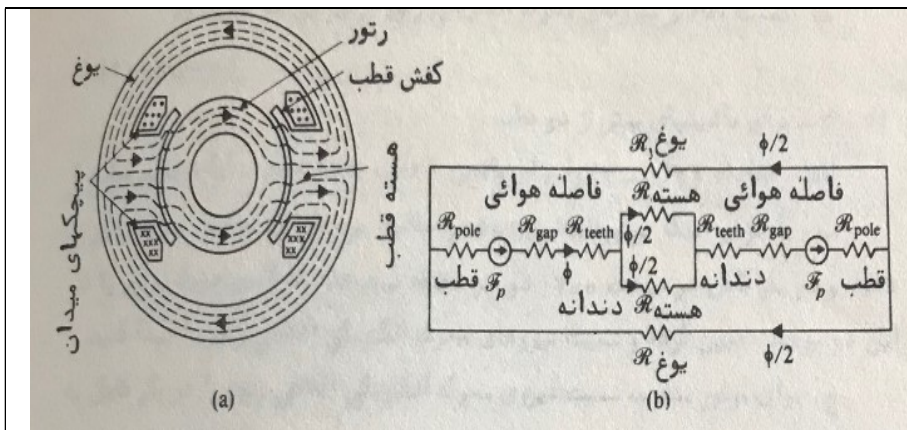
درس: ماشین الکتریکی ۱

مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی



تمرین ۲: اگر در تمرین ۱ به جای هسته پلاستیکی از هسته از جنس فولاد ریخته‌ای با منحنی مغناطیسی مطابق شکل روبرو استفاده شود خواسته‌های الف تا د تمرین ۱ را محاسبه نمایید.

توجه: اگر در این حالت جریان سیم پیچ همان ۵۰ آمپر باشد با توجه به اینکه مقدار H مانند قبل ۹۰۹۵ A/m می‌شود هسته کاملاً وارد قسمت اشباع گردیده. و تفاوتی بین جریان ۵۰ آمپر و جریان خیلی کمتر از آن وجود ندارد. لذا این تمرین را با $I = 2.50 \text{ A}$ حل نمایید.



تمرین ۳: شکل مقابل (a) مدار مغناطیسی یک ماشین DC دو قطب را نشان می‌دهد. مدار معادل مغناطیسی این ماشین در (b) نشان داده شده است.

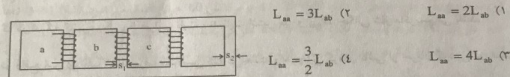
الف) یک بار دیگر مدار معادل مغناطیسی را رسم و با مدار معادل رسم شده (مدار (b)) مقایسه نمایید.

ب) ثابت کنید اگر هسته روتور و استاتور از مواد فرومغناطیسی ایده آل باشد ($\mu_r = \infty$)

آنگاه:

$$\Phi_p = (F_p/R_{gap})$$

تست: مدار مغناطیسی شکل زیر مفروض است. سطح مقطع ستون‌های وسط (S_1) دو برابر سطح مقطع ستونهای کناری (S_2) می‌باشد. رابطه بین اندوکتانس خودی (L_{aa}) و اندوکتانس (L_{ab}) مربوط به سیم پیچهای a و b چیست؟ از ولوکنتانس (مقاومت مغناطیسی) شاخه‌های افقی و شار پراکندگی صرف نظر کنید. تعداد دور کلیه سیم پیچها با یکدیگر مساوی است. (کنکور کارشناسی ارشد).



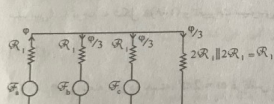
$$L_{aa} = 3L_{ab} \quad (1) \quad L_{aa} = 2L_{ab} \quad (2)$$

$$L_{aa} = \frac{3}{2}L_{ab} \quad (3) \quad L_{aa} = 4L_{ab} \quad (4)$$

حل:

$$R \text{ (ستونهای وسط)} = \frac{l}{\mu \cdot 2A} = R_1$$

$$R \text{ (ستونهای کناری)} = \frac{l}{\mu \cdot A} = 2R_1$$



بنابراین مدار معادل الکتریکی به‌صورت زیر خواهد بود. یا فرض این که فقط سیم پیچ (a) تحریک شده و کلیه مقاومتها و تعداد دور سیم پیچها با هم برابر باشند، خواهیم داشت:

$$L_{aa} = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\phi_a}{i}$$

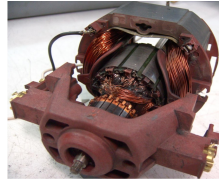
$$\phi_a = \frac{F_a}{R_{eq}} = \frac{Ni}{(R_1 || R_1 || R_1) + R_1} = \frac{Ni}{(4/3)R_1}$$

$$\rightarrow L_{aa} = \frac{N^2}{(4/3)R_1} = \frac{3N^2}{4R_1}$$

حال اندوکتانس متقابل ناشی از منبع F_a روی سیم پیچ (b) را بررسی می‌کنیم.

$$L_{ab} = \frac{N\phi_{ab}}{i} = \frac{N(\phi/3)}{i} = \frac{N(3Ni)}{3i(4R_1)} = \frac{1}{4} \frac{N^2}{R_1} \rightarrow L_{ab} = 3L_{aa}$$

لذا گزینه (۲) صحیح می‌باشد.



۱- انرژی میدان مغناطیسی (انرژی ذخیره شده در یک سیم پیچ)

حال می پردازیم به انرژی ذخیره شده در یک سلف. ابتدا از سلفهای استفاده شده در مدارهای الکترونیکی شروع می کنیم

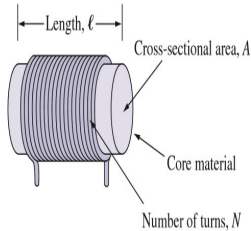


Figure 6.21
Typical form of an inductor.

6.4 Inductors

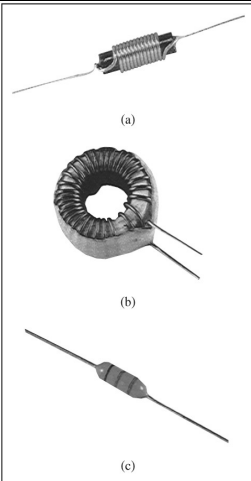
An inductor is a passive element designed to store energy in its magnetic field. Inductors find numerous applications in electronic and power systems. They are used in power supplies, transformers, radios, TVs, radars, and electric motors.

Any conductor of electric current has inductive properties and may be regarded as an inductor. But in order to enhance the inductive effect, a practical inductor is usually formed into a cylindrical coil with many turns of conducting wire, as shown in Fig. 6.21.

An inductor consists of a coil of conducting wire.

If current is allowed to pass through an inductor, it is found that the voltage across the inductor is directly proportional to the time rate of change of the current. Using the passive sign convention,

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (6.18)$$



Various types of inductors: (a) solenoidal wound inductor, (b) toroidal inductor, (c) chip inductor.

Inductance is the property whereby an inductor exhibits opposition to the change of current flowing through it, measured in henrys (H).

The inductance of an inductor depends on its physical dimension and construction. Formulas for calculating the inductance of inductors of different shapes are derived from electromagnetic theory and can be found in standard electrical engineering handbooks. For example, for the inductor, (solenoid) shown in Fig. 6.21,

$$L = \frac{N^2 \mu A}{\ell} \quad (6.19)$$

where N is the number of turns, ℓ is the length, A is the cross-sectional area, and μ is the permeability of the core. We can see from Eq. (6.19) that inductance can be increased by increasing the number of turns of coil, using material with higher permeability as the core, increasing the cross-sectional area, or reducing the length of the coil.

انرژی ذخیره شده در یک سلف:

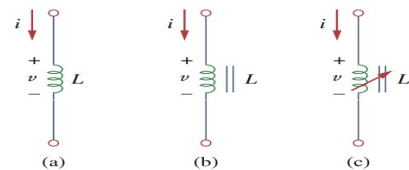


Figure 6.23
Circuit symbols for inductors: (a) air-core, (b) iron-core, (c) variable iron-core.

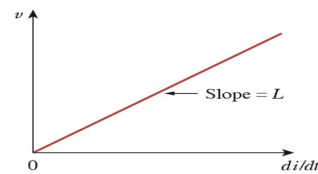


Figure 6.24
Voltage-current relationship of an inductor.

The current-voltage relationship is obtained from Eq. (6.18) as

$$di = \frac{1}{L} v dt$$

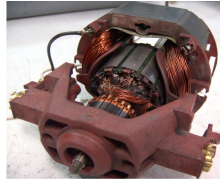
or

$$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0)$$

Integrating gives

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$

where $i(t_0)$ is the total current for $-\infty < t < t_0$ and $i(-\infty) = 0$. The idea of making $i(-\infty) = 0$ is practical and reasonable, because there must be a time in the past when there was no current in the inductor.



مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی

درس: ماشین الکتریکی ۱

The inductor is designed to store energy in its magnetic field. The energy stored can be obtained from Eq. (6.18). The power delivered to the inductor is

$$p = vi = \left(L \frac{di}{dt} \right) i \quad (6.22)$$

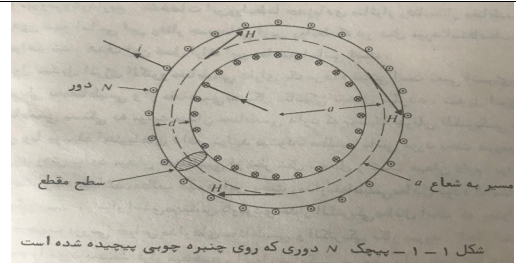
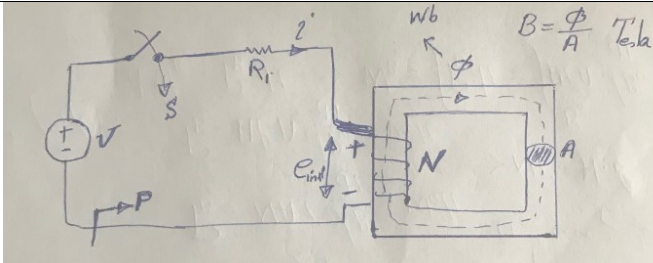
The energy stored is

$$\begin{aligned} w &= \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = L \int_{-\infty}^t \frac{di}{d\tau} i d\tau \\ &= L \int_{-\infty}^t i di = \frac{1}{2} Li^2(t) - \frac{1}{2} Li^2(-\infty) \end{aligned} \quad (6.23)$$

Since $i(-\infty) = 0$,

$$w = \frac{1}{2} Li^2 \quad (6.24)$$

اینها سلف های با ابعاد کوچک که عمدتاً برای استفاده در مدارات الکترونیکی طراحی و ساخته می شوند.
اما در مدارات قدرت و ماشینهای الکتریکی از سیم پیچهای با ابعاد بزرگ استفاده می شود.



اگر اختلاف پتانسیل متغیری به دو سر پیچ N دوری شکل فوق اعمال شود جریان در پیچ نیز متغیر خواهد بود. اگر پیچ روی خنجر غیرمغناطیسی پیچیده شده باشد چگالی شار متغیر B_0 داخل آن تولید می گردد. شار در هر گزنده پیچ در هر لحظه عبارت است از:

$$\lambda = N B_0 A \quad (1)$$

A سطح مقطع پیچ است. در اثر تغییرات شار در هر گزنده نیروی محرکه الکتریکی در پیچ ایجاد می گردد. که مقدار لحظه ای آن عبارت است از

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = N A \frac{dB_0}{dt} \text{ Volt}$$

حال اگر اختلاف پتانسیل دو سر پیچ (ولتاژ اعمالی از منبع ولتاژ) v باشد:

$$v = Ri + N A \frac{dB_0}{dt} \text{ Volt}$$

R مقاومت سیم پیچ است. عبارتت از:

قدرت لحظه ای تولیدی در دو سر پیچ عبارتت از:

$$P = e i = Ri^2 + N A i \frac{dB_0}{dt} \text{ watt.}$$

جمله (1) بصورت حرارت از سیم پیچ میگذرد. چگالی شار در هر گزنده در میدان مغناطیسی:

$$P_B = N A i \frac{dB_0}{dt} \text{ watt.} \Rightarrow Ni = H \cdot l$$

در این زمان $P_B = H l A \frac{dB_0}{dt} \text{ watt}$

$$dW_B = P_B dt \Rightarrow W_B = \int P_B dt = \int H l A \frac{dB_0}{dt} dt$$

$W_B = \int \frac{A l B_0}{\mu_0} dB_0 = A l \frac{B_0^2}{2 \mu_0} \text{ joule}$

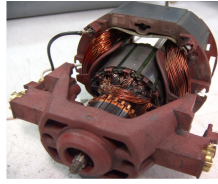
چگالی انرژی $A l = V$

$$\frac{W_B}{V} = \frac{B_0^2}{2 \mu_0} \text{ joule}$$

اگر شار مغناطیسی از صفر تا B_0 افزایش یابد این مقدار انرژی بر واحد حجم در میدان مغناطیسی ذخیره می گردد.

اگر شار مغناطیسی از B_0 به مقدار صفر برگردد انرژی از میدان مغناطیسی به پیچ بر میگردد. (رواق باعث ایجاد ولتاژ القایی در پیچ شده و شار را منبع تغذیه باعث می گردد.)

از این به بعد کل انرژی در میدان مغناطیسی است.



سپرداریم:

$$W_{fld} = \frac{1}{2} V \frac{B^2}{\mu_0}$$

تقریباً بحال با توجه به روابط زیر:

$$V = A \cdot l, \quad F_{mmf} = Ni = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \phi \cdot R_m, \quad R_m = \frac{l}{\mu_0 A}$$

$$\lambda = N\phi, \quad Ni = H \cdot l$$

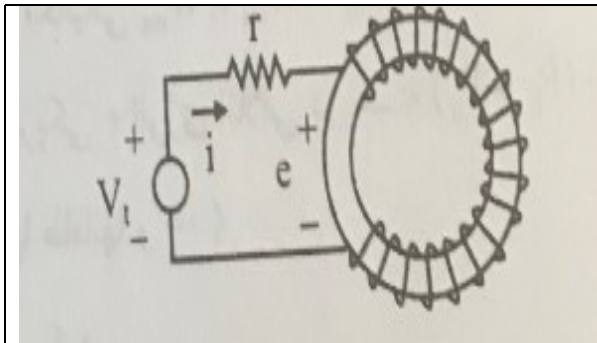
نات-کسید:

$$W_{fld} = \frac{1}{2} V \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \frac{F_{mmf}^2}{R_m} = \frac{1}{2} L i^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L} = \frac{1}{2} \lambda i \text{ joule.}$$

انرژی میدان مغناطیسی در سیستمهای چند تحریکه:

الف) سیستمهای مغناطیسی تک تحریکه:



انرژی الکتریکی ورودی به مدار مغناطیسی:

$$V_t = ir + e, \quad e = \frac{d\lambda}{dt}$$

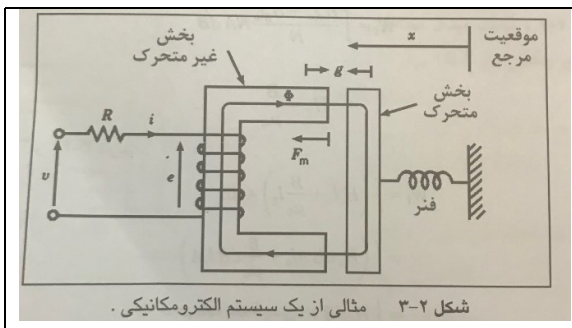
$$V_t i dt = r i^2 dt + i d\lambda$$

$$(V_t - ir) i dt = i d\lambda \rightarrow e i dt = i d\lambda$$

$$\rightarrow dW_{elec} = e i dt = i d\lambda$$

با فرض اینکه شار Φ از همه N دور می گذرد داریم:

$$dW_{elec} = e i dt = i d\lambda = i N d\phi = \mathcal{F} \cdot d\phi$$



سیستم الکترومکانیکی شکل مقابل را در نظر بگیرید. فرض کنید فنر باعث شود سیستم در حال سکون باقی بماند پس انرژی مکانیکی سیستم برابر صفر است: $(dW_m = 0)$ پس در اینصورت: $dW_e = dW_{nd}$

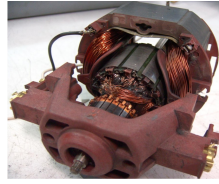
اگر از اتلاف انرژی هسته صرف نظر کنیم تمام انرژی الکتریکی ورودی در میدان مغناطیسی ذخیره می گردد. داریم: $e = (d\lambda/dt)$ و $dW_e = e i dt$

و از روابط فوق داریم: $dW_{nd} = i d\lambda$

پس انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی عبارتست از:

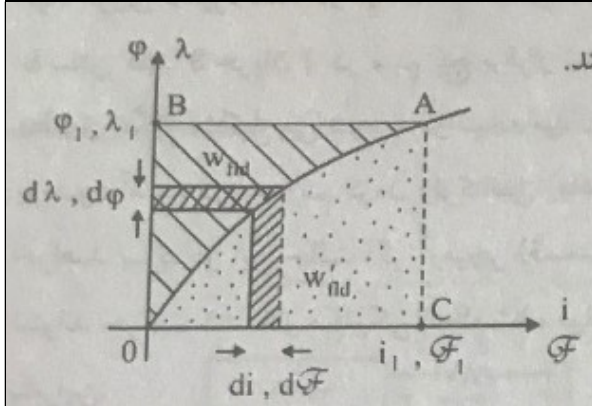
$$W_{nd} = \int_0^\lambda i d\lambda$$

$$dW_{nd} = F_{mmf} d\phi \rightarrow W_{nd} = \int_0^\phi F d\phi$$



درس: ماشین الکتریکی ۱

مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی



$$W_{nd} = \int_0^{i_1} \mathcal{F} \cdot d\phi = \int_0^{\lambda_1} i d\lambda = S_{OABO}$$

$$W'_{nd} = \int_0^{i_1} \phi \cdot d\mathcal{F} = \int_0^{i_1} \lambda i di = S_{OCAO}$$

متابقی دو رابطه فوق و به لحاظ هندسی انتگرال های فوق مساحت محصور منحنی $\Phi-i$ و یا منحنی $\lambda-i$ و محور Φ و یا λ می باشد.
به مساحت محصور به دو منحنی و محور F و یا i کو انرژی می گویند که اگر چه مفهوم فیزیکی ندارد ولی بعداً برای محاسبات نیرو و گشتاور از آنها استفاده می کنیم.

(۳-۹) $W_i = \int_0^{i_1} i d\lambda$
این انتگرال ناحیه‌ای بین محور λ و مشخصه $\lambda-i$ را نشان می‌دهد، که همان شکل ۳-۳ است. عبارات مفید دیگر هم از انرژی میدان سیستم مغناطیسی می‌تواند به فرض کنید:

شدت مغناطیسی در هسته = H_c
شدت مغناطیسی در شکاف هوا = H_g
طول ماده هسته مغناطیسی = l_c
طول شکاف هوا = l_g

آنگاه
(۳-۱۰) $Ni = H_c l_c + H_g l_g$
همچنین
(۳-۱۱) $\lambda = N\Phi$
(۳-۱۲) $\lambda = NAB$
که A سطح مقطع مسیر شار است.
 B چگالی شار می‌باشد که در تمام طول یکسان است.
از معادلات ۳-۹، ۳-۱۰، ۳-۱۱ و ۳-۱۲ داریم:

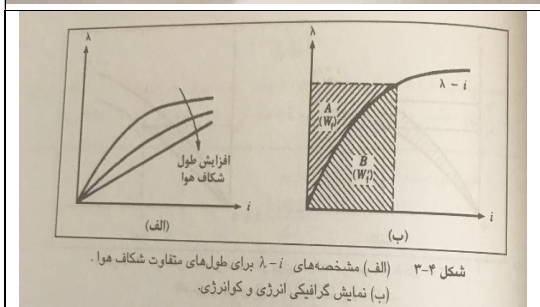
(۳-۱۳) $W_i = \int \frac{H_c l_c + H_g l_g}{N} NA dB$
برای شکاف هوا
(۳-۱۴) $H_g = \frac{B}{\mu_0}$
از معادلات ۳-۱۳ و ۳-۱۴ داریم:

(۳-۱۵) $W_i = \int \left(H_c l_c + \frac{B}{\mu_0} l_g \right) A dB$
 $= \int \left(H_c dB A l_c + \frac{B}{\mu_0} dB l_g A \right)$
حجم ماده مغناطیسی $\times H_c dB$

حجم هوای شکاف $\times \frac{B^2}{2\mu_0}$
(۳-۱۶)
 $= W_{fc} \times V_c + W_{fg} \times V_g$
(۳-۱۷)
 $= W_{fc} + W_{fg}$
(۳-۱۸)

که
 $W_{fc} = \int H_c dB_c$ چگالی انرژی در ماده مغناطیسی است
 $W_{fg} = B^2/2\mu_0$ چگالی انرژی در شکاف هوا است
 V_c حجم ماده مغناطیسی
 V_g حجم شکاف هوا
 W_{fc} انرژی در ماده مغناطیسی است
 W_{fg} انرژی در شکاف هوا است

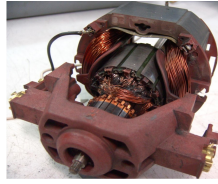
معمولاً انرژی ذخیره شده در شکاف هوا (W_{fg}) خیلی بزرگتر از انرژی ذخیره شده در ماده (W_{fc}) در بسیاری از معادلات می‌توان از W_{fc} چشم پوشید.
برای یک سیستم مغناطیسی خطی
(۳-۱۹) $H_c = \frac{B_c}{\mu_c}$
بنابراین:
(۳-۲۰) $W_{fc} = \int \frac{B_c}{\mu_c} dB_c = \frac{B_c^2}{2\mu_c}$



شکل ۳-۴ (الف) مشخصه‌های $\lambda-i$ برای طول‌های متفاوت شکاف هوا.
(ب) نمایش گرافیکی انرژی و کو انرژی

۳-۲-۱ انرژی و کو انرژی
مشخصه $\lambda-i$ از یک سیستم الکترومغناطیسی (مانند شکل ۳-۲) به طول شکاف هوا و مشخصه $B-H$ ماده مغناطیسی بستگی دارد. این مشخصه‌ها در شکل ۳-۴ (الف) در ازای سه مقدار از طول شکاف هوا دیده می‌شود. برای طول شکاف هوای بزرگتر مشخصه در واقع خطی است. با کاهش طول شکاف هوا، مشخصه رو به سمت غیرخطی می‌رود.
در ازای مقدار خاصی از طول شکاف هوا، انرژی ذخیره شده در میدان با مساحت A بین محور λ و مشخصه $\lambda-i$ ، λ ، تطبیق شکل ۳-۴ (ب)، نمایش داده می‌شود. سطح B بین محور i و مشخصه $\lambda-i$ را کو انرژی (مکمل انرژی) نامند و چنین تعریف می‌شود:

(۳-۲۱) $W_i = \int_0^{i_1} \lambda di$
این کمیت اهمیت فیزیکی ندارد. با این وجود، بعداً خواهیم دید که می‌توان از آن در دست آوردن عبارات برای نیروی (یا گشتاور) ایجاد شده در یک سیستم الکترومغناطیسی استفاده کرد. از شکل ۳-۴ (ب):
(۳-۲۲) $W_i + W_f = \lambda i$
توجه کنید که اگر مشخصه $\lambda-i$ غیرخطی باشد، $W_f' > W_f$ خواهد بود و اگر خطی باشد، $W_f' = W_f$ است



تمرین ۱:

شکل ۳-۲ مثالی از یک سیستم الکترومکانیکی.

مثال ۳-۱
ابعاد یک سیستم محرک از شکل ۳-۲ در شکل ۳-۱ مشاهده می‌شود. هسته مغناطیسی از فولاد سخت با مشخصه شکل ۱-۷ ساخته شده است. سیمپیچ ۲۵۰ دوری است، و مقاومت سیمپیچ ۵ اهم می‌باشد. برای یک طول ثابت شکاف هوا $g = 5 \text{ mm}$ یک منبع dc به سیمپیچ وصل است تا چگالی شار 1 Tesla را در شکاف هوا تولید کند.
الف. ولتاژ منبع dc را پیدا کنید.
ب. انرژی ذخیره شده را بیابید.

حل
الف. از شکل ۱-۷، شدت میدان مغناطیسی در ماده فولاد هسته برای چگالی شار 1.0 T برابر است با:
 $H_c = 670 \text{ At/m}$
طول مسیر شار در هسته برابر است با:
 $l_c = 2(10 + 5) + 2(10 + 5) \text{ cm}$
 $= 60 \text{ cm}$
شدت مغناطیسی در شکاف هوا برابر است با:
 $H_g = \frac{B_g}{\mu_0} = \frac{1.0}{4\pi \times 10^{-7}} \text{ At/m}$
 $= 795.8 \times 10^3 \text{ At/m}$

شکل ۳-۱

شکل ۱-۷ منحنی‌های مغناطیسی.

مورد نیاز برابر است با:

$$Ni = 670 \times 0.6 + 795.8 \times 10^3 \times 2 \times 5 \times 10^{-3} \text{ At}$$

$$= 402 + 7958$$

$$= 8360 \text{ At}$$

$$i = \frac{8360}{250} \text{ A}$$

$$= 33.44 \text{ A}$$

ولتاژ منبع dc برابر است با:

$$V_g = 33.44 \times 5 = 167.2 \text{ V}$$

ب. چگالی انرژی در هسته

$$w_{fc} = \int_0^{1.0} H dB$$

این چگالی انرژی حاصل از سطح محصور بین محور B و مشخصه $B-H$ فولاد در شکل ۱-۷ است. این ناحیه

$$w_{fc} = \frac{1}{2} \times 1 \times 670$$

$$= 335 \text{ J/m}^3$$

حجم فولاد

$$V_c = 2(0.05 \times 0.10 \times 0.20) + 2(0.05 \times 0.10 \times 0.10)$$

$$= 0.003 \text{ m}^3$$

انرژی ذخیره شده در هسته

$$W_{fc} = 335 \times 0.003 \text{ J}$$

$$= 1.005 \text{ J}$$

چگالی انرژی در شکاف هوا

$$w_{fg} = \frac{1.0^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} \text{ J/m}^3$$

$$= 397.9 \times 10^3 \text{ J/m}^3$$

حجم شکاف هوا

$$V_g = 2(0.05 \times 0.10 \times 0.005) \text{ m}^3$$

$$= 0.05 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

انرژی ذخیره شده در شکاف هوا

$$W_{fg} = 397.9 \times 10^3 \times 0.05 \times 10^{-3}$$

$$= 19.895 \text{ joules}$$

انرژی کل در میدان

$$W_t = 1.005 + 19.895 \text{ J}$$

$$= 20.9 \text{ J}$$

دقت کنید که بیشتر انرژی در شکاف هوا ذخیره شده است.

این تمرین را می‌شود از طریق زیر نیز حل نمود.

$$W = \frac{1}{2} L i^2 \quad i = 33.44 \text{ A}$$

$$L = \frac{N^2}{R_m} \quad R_m = R_c + R_g$$

$$R_c = \frac{l_c}{\mu_0 \mu_r N^2} = \frac{l_c}{\frac{1}{670} \times (5 \times 10^3)^2} = \frac{60 \times 10^{-2}}{1.875 \times 10^7} = 3.2 \times 10^{-9} \text{ At/Wb}$$

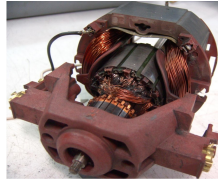
$$R_g = \frac{l_g}{\mu_0 N^2} = \frac{10 \times 10^{-2}}{(4\pi \times 10^{-7})^2 (5 \times 10^3)^2} = \frac{10 \times 10^{-2}}{50 \times 4\pi \times 10^{-11} \times 25 \times 10^6} = \frac{10^7}{2\pi}$$

$$\begin{cases} R_c = \frac{6 \times 67}{5 \times 10^3} = \frac{6 \times 67}{5} \times 10^3 = 80400 \\ R_g = \frac{10^7}{2\pi} = 1.592,356.7 \end{cases}$$

$$R_{tm} = 1.672 \cdot 756.7 \text{ At/Wb}$$

$$L = \frac{250^2}{1.672 \cdot 756.7} = 0.03736 \text{ H.}$$

$$W = \frac{1}{2} \times 0.03736 \times 33.44^2 = 20.88 \text{ Joule}$$



درس: ماشین الکتریکی ۱

مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی

تمرین ۲:

اصول تبدیل انرژی الکترومکانیکی / ۱۱۳

ب) انرژی ذخیره شده در میدان مغناطیسی: شکل (۳-۳) یک رله مغناطیسی ساده را نمایش می دهد. که با بستن کلید S جریان i در سیم پیچ برقرار شده و شار ϕ مطابق شکل تشکیل می شود و در نتیجه میدان مغناطیسی بوجود آمده درصدد کم کردن رلوکتانس (فاصله هوایی) خواهد بود. در این حالت اگر آرمیچر (قسمت متحرک) نتواند حرکت کند. کار مکانیکی انجام شده صفر می باشد بنابراین:

شکل (۳-۳)

$$dW_{elec} = 0 + dW_{fld} \rightarrow dW_{fld} = dW_{elec} = id\lambda = \mathcal{F} \cdot d\phi \quad (3-5)$$

با فرض صفر بودن شار اولیه مطابق شکل (۳-۴) خواهیم داشت:

شکل (۳-۴)

$$W_{fld} = \int_0^{\lambda_1} id\lambda = \int_0^{\phi_1} \mathcal{F} \cdot d\phi \quad (3-6)$$

تست: در یک فرو مغناطیس، رابطه فلو-جریان به طور تقریبی $\lambda = N\phi = 0.75(i)^3$ می باشد. در صورتیکه N تعداد حلقه های هادی روی هسته فرومغناطیس و i جریان عبوری از هادیها باشد. مطلوبست تعیین انرژی ذخیره شده در سیستم مغناطیسی، وقتیکه جریان i برابر 2.4A باشد. (کنکور کارشناسی ارشد):

0.803 J (۴) 0.603 J (۳) 0.502 J (۲) 2.41 J (۱)

حل:

$$\lambda_1 = 0.75(2.4)^3 = 1.004$$

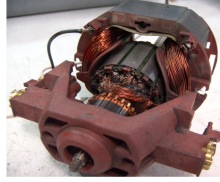
$$i = \left(\frac{\lambda}{0.75}\right)^3$$

$$W = \int_0^{\lambda_1} id\lambda = \int_0^{1.004} \frac{\lambda^3}{0.75^3} \cdot d\lambda = 2.37 \int_0^{1.004} \lambda^3 d\lambda = 0.603 \text{ J}$$

لذا گزینه (۳) صحیح می باشد.

تمرین ۳:

در تمرین ۳ جلسه پنجم انرژی ذخیره شده در ماشین را محاسبه نمایید.
این تمرین مجددا در انتها آورده شده است.

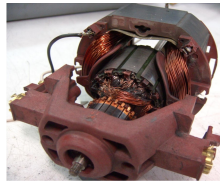


مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی

درس: ماشین الکتریکی ۱

۲- اصول تبدیل انرژی الکترو مکانیکی

ابتدا می پردازیم به نیروی مکانیکی در یک سیستم الکترو مکانیکی



درس: ماشین الکتریکی ۱

مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی

تمرین ۳: مثال ۱-۸ از کتاب مرجع ماشینهای الکتریکی نوشته ج - ر - سلمون و آ - استراون
ترجمه دکتر حمید لسانی

مثال ۱-۸ - ۱ - ۳۹ - ۱ مقطع مدار مغناطیسی یک ماشین جریان مستقیم را عمود بر محور رتور نشان می‌دهد. روی هر ۴ قطب استاتور پیچک ۵۰۰ دوری پیچیده شده و ۴ پیچک با هم سری شده و بنابراین یک جریان عبور می‌دهند. قطبهای استاتور از ورقهای فولاد M-36 بضخامت 0.356 mm ساخته شده و طول شعاعی آنها در امتداد محور مرکزی آنها 100 mm و طول محیطی هر کدام 90 mm و طول محوری آنها 110 mm می‌باشد. رتور نیز از ورق فولاد و بقطر 200 mm ساخته شده طول محوری مؤثر رتور مساوی طول محوری قطبهای استاتور است. یوغ استاتور از فولاد ریخته‌ای است به قطر متوسط 460 mm و سطح مقطع آن $150 \times 60 \text{ mm}$ می‌باشد. طول فواصل هوایی $1/5 \text{ mm}$ می‌باشد.

۴۴ ماشینهای الکتریکی

الف: مدار معادل مغناطیسی این مدار را رسم کنید.
ب: با استفاده از منحنی‌های شکل ۷-۱ جریان لازم پیچکها برای تولید چگالی شار ۱ تسلا را در فاصله هوایی پیدا کنید.
ج: شار در برگرفته کل پیچکهای تحریک را محاسبه کنید.
بر اساس این فرض که اثر خطی کردن فاصله هوایی چنان باشد که صرف نظر از اثر پیماند و فرض خطی بودن رابطه $B-H$ برای مواد فرومغناطیسی قابل قبول باشد مطلوبست محاسبه:
د: ضریب القاء کل مدار تحریک
ه: انرژی ذخیره شده در مدار مغناطیسی
و: انرژی ذخیره شده در فواصل هوایی
از اثر پراگندگی شار و شکستگی خطوط قوا صرف نظر میشود.

پیکار برد. بنا بر این برای هر مسیر شار شکل ۱-۳۹ داریم:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (1.82)$$

بطوریکه:

$$2H_a l_a + 2H_s l_s + H_r l_r + H_y l_y = 2Ni \quad (1.83)$$

بر اساس این فرض که خطوط قوا در فاصله هوایی شکسته نمی‌شوند در نتیجه سطح مقطع مسیر شار در قطب مساوی فاصله هوایی است:

$$B_p = B_a = 1.0 \text{ T}$$

و شار در هر قطب چنین است:

$$\phi = B_a \times A_a = 1.0 \times 0.11 \times 0.09 = 9.9 \times 10^{-3} \text{ Wb} \quad (1.84)$$

$$H_a = \frac{B_a}{\mu_0} = \frac{1.0}{4\pi \times 10^{-7}} = 0.7958 \times 10^6 \text{ A/m} \quad (1.85)$$

از منحنی ورق فولاد شکل ۷-۱:

$$H_a = 210 \text{ A/m}$$

در رتور شار ϕ از هر قطب طبق شکل ۴-۱ بین دو مسیر بطور مساوی تقسیم میشود بنا بر این:

$$B_r = \frac{\phi}{2A_r}$$

شکل ۱-۴۰ - قسمتی از مدار معادل مغناطیسی شکل ۱-۳۹

با فرض اینکه:

طول محوری قطب استاتور \times شعاع رتور $A_r = A_s$ پس:

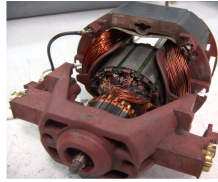
$$A_r = 0.1 \times 0.11 = 11 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

شکل ۱-۳۹ - ۱ مدار مغناطیسی ماشین dc مثال ۱-۸

حل:

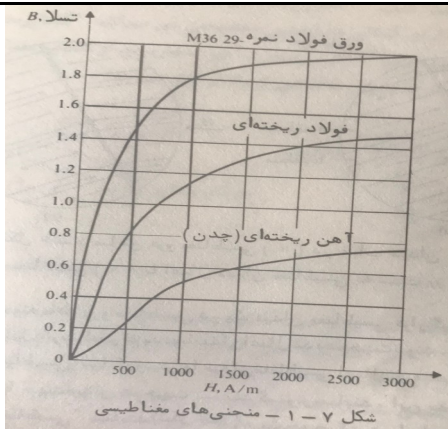
الف: قسمتی از مدار معادل مغناطیسی ماشین در شکل ۴-۱ آمده است. این مدار فقط شامل دو قطب میدان است. زیر نویسهای d و a و r و y به ترتیب نماینده قطب، فاصله هوایی، رتور و یوغ می‌باشند.

ب: ضریب نفوذ نسبی اجزاء فرو مغناطیسی مدار معلوم نیست و در هر لحظه تابعی از چگالی شار است. قانون آمپر را میتوان برای یکی از مسیرهای خط چین شکل ۱-۳۹



درس: ماشین الکتریکی ۱

مدرس: دکتر یوسف علی نژاد برمی



شکل ۱-۷ بازه چگالی شار واقعی در این مواد استوار میباشد. سطح محور بین منحنی II-B و محور B در شکل ۱-۶ چگالی انرژی را در ماده بیان میکند چون شخمه واقعی منحنی است تقریب خط راست مقدار بالایی برای انرژی ذخیره شده در مواد بدست میدهد. ولی چون مواد بکار رفته در این مدار از اشباع بدورند خطی مربوطه کوچک است. مقدار دقیق با تعیین سطوح شکل ۱-۷ بدست می‌آید.

۴۶ ماشینهای الکتریکی

$$B_r = \frac{9.9 \times 10^{-3}}{2 \times 11 \times 10^{-3}} = 0.450 \text{ T}$$

از شکل ۱-۷:

$$H_r = 40 \text{ A/m}$$

در یوغ ϕ بین دو مسیر تقسیم میشود و:

$$B_u = \frac{\phi}{2A_u} = \frac{9.9 \times 10^{-3}}{2 \times 0.15 \times 0.06} = 0.550 \text{ T}$$

از شکل ۱-۷:

$$H_u = 295 \text{ A/m}$$

$$2l_n = 2 \times 1.5 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$2l_r = 2 \times 0.1 = 0.2 \text{ m}$$

$$l_r = \frac{\pi D_r}{4} = \frac{\pi \times 0.2}{4} = 0.1571 \text{ m}$$

$$l_u = \frac{\pi D_u}{4} = \frac{\pi \times 0.46}{4} = 0.3613 \text{ m}$$

با جانشین کردن در معادله (۶۵-۱) داریم:

$$210 \times 0.2 + 0.7958 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-3} + 40 \times 0.1571 + 295 \times 0.3613 = 2 \times 500 i$$

یا:

$$42 + 2387 + 6 + 107 = 1000 i$$

به اثر وجود فاصله هوایی دقت کنید.

$$i = 2.54 \text{ A}$$

این محاسبه را میتوان برای یک سری مقدار B در فاصله هوایی تکرار کرد و منحنی

مغناطیسی ϕ بر حسب i را برای ماشین رسم نمود.

ج: شار دربرگیرنده ۴ پیچک سری:

$$\lambda = 4N\phi = 4 \times 500 \times 9.9 \times 10^{-3} = 19.8 \text{ Wb}$$

د: بر اساس فرض خطی بودن:

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{19.8}{2.54} = 7.80 \text{ H}$$

ه:

$$W_u = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{7.80 \times 2.54^2}{2} = 25.2 \text{ J}$$

و: چگالی انرژی در فاصله هوایی از معادله ۳۷-۱:

$$w_u = \frac{1}{2} \frac{B_u^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \times \frac{1^2}{4\pi \times 10^{-7}} = 0.398 \times 10^6 \text{ J/m}^3$$

انرژی ذخیره شده در ۴ فاصله هوایی چنین خواهد بود:

$$W_u = 4 \times 0.09 \times 0.11 \times 1.5 \times 10^{-3} \times 0.398 \times 10^6 = 23.6 \text{ J}$$

نتایج بند ه و و نشان میدهند که انرژی ذخیره شده در اجزای فرو مغناطیسی مدار

منحنی‌های B-H برای مواد بکار رفته خط راست گذرنده از مبدا و از نقاط روی منحنی